

Uma abordagem sobre Sistemas de Amortização à luz da Educação Financeira

Bruno Gomes de FREITAS¹

Valéria Guimarães MOREIRA²

Resumo

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de mestrado acerca do ensino de Empréstimos & Financiamentos na Educação Básica. Nosso objetivo aqui é apresentar uma proposta de ensino dos principais sistemas de amortização presentes no mercado brasileiro. Este tópico de ensino está inserido nas discussões acerca da Educação Financeira Escolar, a qual apresentamos sua importância hoje para a sociedade e sua implantação que vem ocorrendo a partir da homologação da BNCC. Nesse cenário, apresentamos um estudo exemplificado e comparativo dos sistemas de amortização mais usuais, versando também sobre a presença desses em livros didáticos e em dissertações do PROFMAT. Em seguida, narramos a confecção, a aplicação e a análise do produto educacional construído ao longo da pesquisa: um livro construído pelos autores desse texto para auxiliar professores no ensino dos sistemas SAC e Tabela Price. O artigo se encerra na expectativa de promover conhecimentos que influenciem o comportamento de uma nova geração de consumidores, contribuindo para a Educação Financeira dos leitores.

Palavras-chave: BNCC. Educação Financeira. Ensino Médio. Sistemas de Amortização. Tabela Price e SAC.

¹ Mestre em Matemática. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

<https://orcid.org/0000-0003-0046-0798>. E-mail: srfreitasmatematica@yahoo.com.br.

² Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

<https://orcid.org/0000-0002-5540-5086>. E-mail: valeriagm@cefetmg.br.

An approach to amortization systems in light of Financial Education

Bruno Gomes de FREITAS

Valéria Guimarães MOREIRA

Abstract

This article presents an excerpt from a master's research on the teaching of Loans & Financing in Basic Education. Our objective here is to present a teaching proposal on the main amortization systems present in the Brazilian market. This teaching topic is part of the discussions about School Financial Education, which we present its importance today for society and its implementation that has been taking place since the approval of the BNCC. In this scenario, we present an exemplified and comparative study of the most common amortization systems, also dealing with their presence in textbooks and PROFMAT dissertations. Then, we narrate the confection, application and analysis of the educational product built during the research: a book built by the authors of this text to assist teachers in teaching the SAC and Price Table systems. The article ends with the expectation of promoting knowledge that influences the behavior of a new generation of consumers, contributing to the Financial Education of the readers.

Keywords: BNCC. Financial education. High school. Amortization Systems. Price and SAC table.

Un enfoque de los sistemas de amortización a la luz de la Educación Financiera

Bruno Gomes de FREITAS

Valéria Guimarães MOREIRA

Resumen

Este artículo presenta un extracto de una investigación de maestría sobre la enseñanza de Préstamos y Financiamiento en la Educación Básica. Nuestro objetivo aquí es presentar una propuesta didáctica sobre los principales sistemas de amortización presentes en el mercado brasileño. Este tema didáctico forma parte de las discusiones sobre Educación Financiera Escolar, que presentamos su importancia hoy para la sociedad y su implementación que se viene dando desde la aprobación de la BNCC. En este escenario, presentamos un estudio ejemplificado y comparativo de los sistemas de amortización más comunes, tratando también su presencia en los libros de texto y disertaciones del PROFMAT. Luego, narramos la confección, aplicación y análisis del producto educativo construido durante la investigación: un libro construido por los autores de este texto para auxiliar a los docentes en la enseñanza de los sistemas SAC y Tabla de Precios. El artículo finaliza con la expectativa de promover conocimientos que influyan en el comportamiento de una nueva generación de consumidores, contribuyendo a la Educación Financiera de los lectores.

Palabras clave: BNCC. Educación financiera. Escuela secundaria. Sistemas de amortización. Precio y tabla SAC.

Introdução

Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, publicada em 2018, os jovens que passam pelo Ensino Médio, última etapa da Educação Básica, devem ser capazes de desenvolver seus projetos de vida com criticidade, autonomia e responsabilidade. Em parte, os cumprimentos desses projetos de vida se relacionam com os comportamentos de consumo dos estudantes, uma vez que itens como cursos, veículos e imóveis, são constantes nesses projetos.

Para pagamento dos itens supracitados, quando não feitos à vista, alguns jovens se depararão com situações de financiamentos e/ou empréstimos. Nesse sentido, tal público carece de estratégias que o auxiliem na decisão sobre a aquisição dos bens/serviços mencionados, entre outros, de forma consciente e responsável. Tais estratégias podem ser aprendidas a partir de conhecimentos sobre “Juros” e “Progressões”, assuntos matemáticos comumente abordados nos livros didáticos do Ensino Médio. Trata-se de um aprendizado que deve ser conduzido sob o holofote da Educação Financeira, tema transversal obrigatório pela BNCC a partir de 2020.

Diante desse cenário, realizamos uma pesquisa de mestrado sobre o ensino de *Empréstimos & Financiamentos* na Educação Básica, com a finalidade de desenvolver abordagens adequadas a estudantes do Ensino Médio sobre Sistemas de Amortização e, a partir dessas, elaborar uma proposta de trabalho para os docentes que atuam nesse segmento. Dessa forma, a referida pesquisa, desenvolvida e concluída no âmbito do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, com polo no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG, em Belo Horizonte, intenciona contribuir com a Educação Financeira de alunos e professores, conscientizando-os acerca das vantagens e desvantagens em compras parceladas.

Sendo assim, apresentamos nesse artigo os recortes da referida pesquisa, nos atentando, como fundamentação teórica, à relevância da Educação Financeira e sua implementação na Educação Básica. Em seguida, apresentamos um estudo exemplificado e comparativo dos principais sistemas de amortização, aos quais associamos o desenvolvimento do tópico *Empréstimos & Financiamentos*. E, por fim, nos dedicamos à descrição dos resultados da referida pesquisa, a saber, um produto educacional elaborado para o ensino das principais modalidades de financiamento: SAC e Tabela

Price.

Enfim, seguem nossos estudos acerca da Educação Financeira.

Educação Financeira Escolar

A Educação Financeira é definida nesse artigo como um processo capaz de levar um *analfabeto financeiro* ao estado da *literacia financeira* (FREITAS e MOREIRA, 2020). Enquanto o termo *analfabetismo financeiro* denota a ignorância de um indivíduo quanto a assuntos básicos relacionados às finanças (controle de orçamento doméstico e/ou pessoal, pesquisa de preços, cálculo de juros, avaliação de formas de pagamento em compras a prazo ou parceladas, planos de poupança), a *literacia financeira* consiste na “combinação de consciência, conhecimento, habilidades, atitudes e comportamentos necessários para tomar decisões financeiras consistentes a fim de conquistar o bem-estar financeiro individual” (EIOPA, 2011, p.10, tradução nossa).

Os analfabetos financeiros referenciados nesse artigo são apontados pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE (2005) como consumidores vulneráveis. São eles: os consumidores excluídos do sistema financeiro, os jovens endividados e os trabalhadores que contam com auxílios governamentais para se manter em sua aposentadoria. Além de comprometer a qualidade de vida e impedir investimentos em questões chave como educação superior, financiamento habitacional e aposentadoria, os maus hábitos financeiros desses consumidores impactam não apenas a si mesmos e as suas famílias, mas a toda a sociedade na qual eles estão inseridos.

Nesse contexto, o analfabetismo financeiro pode ser caracterizado como um problema social e o processo associado à Educação Financeira, como uma mobilização contra essa questão, promovendo uma série de oportunidades a cada um dos indivíduos supracitados.

A Educação Financeira visa a fornecer aos consumidores excluídos do sistema financeiro, em especial às pessoas de baixa renda, a oportunidade de participar desse sistema uma vez que, alfabetizadas financeiramente, evitariam gastos com altos custos em transações financeiras e também aprenderiam a poupar. Quanto aos trabalhadores, esses seriam beneficiados com informações e

habilidades necessárias para fazer escolhas seguras sobre planos de pensão e/ou poupança individuais para uma aposentadoria confortável. Já os jovens recém-inseridos no mercado de trabalho, em estado de literacia financeira, seriam capazes de controlar seus orçamentos e administrar suas dívidas, de modo a direcionar seus recursos à aquisição de bens maiores tais como veículos, imóveis e educação.

A exposição acima exemplifica a utilidade da Educação Financeira, tanto ao trabalhador quanto ao governo, uma vez que, ao desenvolver autonomia na tomada de decisões que contribuem para uma melhor qualidade de vida e para uma aposentadoria digna, o indivíduo se torna menos dependente das reservas públicas destinadas à previdência. Segundo apontamentos de Silva e Powell (2015), alfabetizar financeiramente toda uma população traz benefícios para seus cidadãos e também para toda a sociedade, à medida que, ao tomar decisões fundamentadas e ao exigir serviços de qualidade, os indivíduos estimulam a concorrência e a inovação do mercado.

Além das vantagens supracitadas, a Educação Financeira proporciona um melhor entendimento sobre informações financeiras básicas, permitindo que os consumidores com capital para investir, classificados pela OCDE como não vulneráveis, façam boas transações e investimentos.

Listadas as necessidades e os benefícios de se educar financeiramente os indivíduos de uma sociedade, versamos então sobre como a Educação Financeira pode ser implementada, o que pode ocorrer de formas distintas ao considerarmos qual parcela da população se deseja educar. Dado que, nesse texto, o foco incidirá sobre os estudantes da Educação Básica, segue uma definição acerca da Educação Financeira Escolar.

A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino que torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA e POWELL, 2013, p. 12)

Os relatórios da OCDE versam sobre a necessidade da inclusão da Educação Financeira nas escolas, ora como componente eletivo, ora como componente obrigatório do currículo escolar oficial, sendo o último de forma incisiva. A justificativa para isso, nas análises de Silva e Powell (2015), repousa no fato de o ambiente escolar ser capaz de atender, em quase sua totalidade, o público alvo: crianças e jovens. Esses, uma vez formados, podem se tornar excelentes propagadores de

comportamentos que moldarão uma cultura financeira mais sólida no restante da população.

No Brasil, o ponto de partida para a implantação da Educação Financeira nas escolas se deu por meio do decreto 5685/2006, a partir do qual se cria o Comitê de Regulação e Fiscalização dos Mercados Financeiros, de Capitais, de Seguros, de Previdência e Capitalização – Coremec. Esse comitê foi incumbido de promover e articular a implantação de uma estratégia para a Educação Financeira em todo o país, definindo itens como público alvo, objetivos e área de atuação.

Ao longo de diversas discussões, o Coremec definiu ações voltadas a estudantes da Educação Básica, para o incentivo ao hábito de poupar. Essas ações germinam as diretrizes para a Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF, promulgada por meio do decreto 7397/2010. O mesmo decreto instituía também o Comitê Nacional de Educação Financeira - CONEF e o Grupo de Apoio Pedagógico – GAP como entidades de apoio à implantação da Educação Financeira e Previdenciária em todo o território nacional. Desde então, diversas ações já foram desenvolvidas no âmbito escolar a fim de consolidar a Educação Financeira na Educação Básica, culminando na implementação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC, em 2018.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC é o documento que estabelece o conjunto de aprendizagens essenciais e indispensáveis aos estudantes das redes públicas e privadas de ensino de todo o país. O documento também regula todos os conhecimentos e práticas interdisciplinares que devem ser ministradas na Educação Básica, incluindo a abordagem de temas contemporâneos que afetam as diversas escalas da vida humana. Esses temas, entre os quais destacamos a Educação Financeira, devem ser abordados de forma transversal e integradora.

No caso da Matemática, os conhecimentos são organizados em cinco unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas/Medidas; Probabilidade/Estatística. Referências à Educação Financeira aparecem logo na primeira unidade.

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. (BRASIL, 2018, p. 269, grifo nosso)

Nesse cenário, é na sala de aula de Matemática que a Educação Financeira ganhará maior espaço, uma vez que alguns objetos matemáticos, como porcentagens e juros, podem ser usados como germinadores de discussões sobre lucro/prejuízo, índices inflacionários, taxas de juros e compras parceladas. A condução dessas discussões podem permear outras áreas do conhecimento a fim de capacitar os estudantes à análise e à reflexão, auxiliando-os na tomada de decisões conscientes sobre o mundo do trabalho e sobre o consumo responsável.

Dentro dessa proposta, analisamos a seguir uma lista de habilidades que a BNCC traz para os estudantes do Ensino Médio, voltadas ao desenvolvimento da Educação Financeira nas aulas de Matemática. O desenvolvimento dessas habilidades, mostradas no Quadro 1, vai de encontro às necessidades dos consumidores vulneráveis mencionados anteriormente.

A partir de EM13MAT303, as pessoas de baixa renda aprenderiam a evitar gastos com altos custos em transações financeiras, enquanto EM13MAT203 permitiria aos jovens recém-inseridos no mercado de trabalho, e às suas famílias, utilizar adequadamente as ferramentas digitais necessárias ao controle de seus orçamentos. Além disso, a habilidade EM13MAT104 auxiliaria estudantes e trabalhadores a fazer escolhas seguras sobre financiamentos, planos de pensão e/ou poupança individuais, uma vez que o elemento principal nessas modalidades é a taxa de juros aplicada.

Quadro 1 - Habilidades BNCC contextualizadas à Educação Financeira

Habilidade	Descrição
EM13MAT101	Interpretar criticamente situações econômicas , sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT104	Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
EM13MAT106	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
EM13MAT203	Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar , simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.
EM13MAT303	Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos , por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

Fonte: BRASIL (2018, p.533,534,536)

Diante disso, usaremos essas habilidades para versar sobre o ensino de *Empréstimos & Financiamentos*, dada a importância do assunto dentro das discussões que os textos da base propõem sobre Educação Financeira. Nesse contexto, associamos o referido tópico às compras parceladas,

cujas estratégias de pagamento são estudadas por meio dos Sistemas de Amortização.

Apresentando os Sistemas de Amortização

Conforme já enunciado, uma das metas da Educação Financeira Escolar é formar indivíduos “aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras” (SILVA; POWELL, 2013, p. 12). Nesse contexto, o foco dessa seção incide sobre as decisões ligadas às compras a prazo, às quais associamos o tópico *Empréstimos & Financiamentos*.

Ao atentarmos para os objetivos estabelecidos pela BNCC para o Ensino Médio, o ensino de *Empréstimos & Financiamentos* cumpre bem as quatro metas principais que o documento estipula para segmento. São elas: (i) consolidação e aprofundamento do conhecimento; (ii) foco no mundo do trabalho e na cidadania; (iii) formação ética, desenvolvimento intelectual e pensamento crítico e; (iv) compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos.

Segundo Pereira e Couto (2017), o tópico em questão se constitui como um aprofundamento dos conceitos de porcentagens e juros que são abordados no Ensino Fundamental (i), e ainda direciona os estudantes que desejam trabalhar na área bancária/financeira (ii). Trata-se de um conteúdo que, ao relacionar teoria e prática no ensino da Matemática, com o auxílio de softwares e planilhas eletrônicas (iv), conduz o aluno à autonomia e à criticidade necessárias para não se deixar enganar por falsas propagandas, tanto no comércio quanto em instituições financeiras diversas (iii).

Nesse contexto, o trabalho com *Empréstimos & Financiamentos* visa também ao desenvolvimento das habilidades mostradas no Quadro 1, na seção anterior. Afinal, as taxas de juros desempenham um papel importante na análise de um contrato de financiamento (EM13MAT104), bem como os valores das prestações, sejam elas fixas ou não. Em ambos os casos, os valores das prestações e do saldo devedor ao longo do período devem ser observados, o que pode ser feito a partir da construção de planilhas eletrônicas (EM13MAT203). As simulações em planilhas e os gráficos gerados por elas permitem analisar o comportamento das grandezas envolvidas em cada processo, incluindo os tipos de juros que regem cada modalidade, facilitando comparações entre os financiamentos disponíveis (EM13MAT303).

As decisões sobre as melhores estratégias de financiamento respaldam-se na análise dos

diversos elementos já citados nessa seção, tais como taxa de juros e quantidade de prestações, e também na modalidade de financiamento adotada. A esse conjunto de elementos damos o nome de sistemas de amortização.

Nas palavras de Freitas (2021), entende-se por amortização o processo de redução de uma dívida, até seu esgotamento, por meio de pagamentos parcelados e mensais, de acordo com o sistema definido em contrato, aos quais são acrescidos juros sobre o saldo devedor. As partes envolvidas na negociação do débito devem acordar sobre prazos e taxas de juros e também sobre a forma como se dará a quitação do valor principal. Nesses termos, cada pagamento efetuado durante o processo tem uma dupla finalidade: saldar parte da dívida inicial e pagar juros sobre o saldo devedor, o qual diminui progressivamente até o esgotamento.

A liquidação da dívida e o pagamento de juros, bem como a forma como esses itens evoluem ao longo do processo, definem os sistemas de amortização. Nesses, calculamos a prestação a partir da soma entre o valor amortizado e os juros sobre o saldo devedor. A diversidade entre os sistemas básicos de amortização existentes se dá pela constância dos juros pagos, das amortizações ou das prestações. Respectivamente, estamos falando dos sistemas AMERICANO, SAC e PRICE, sobre os quais discutiremos a seguir.

O Sistema Americano de Amortização, mencionado nesse texto apenas como Sistema Americano, constitui um processo no qual a amortização da dívida ocorre em uma única parcela, no final do período. Antes desse pagamento, credor e cliente devem decidir sobre o pagamento dos juros, que podem ocorrer periodicamente ou capitalizados e pagos no fim do contrato.

A fim de exemplificar o funcionamento desse sistema, consideremos uma dívida de R\$12000,00, contraída sob uma taxa mensal de juros de 1%, a ser paga ao final de 12 meses. De acordo com as especificações para essa modalidade, o valor do empréstimo será quitado ao fim do último mês. Conforme já citado, os juros embutidos na negociação podem ser capitalizados durante todo o prazo ou pagos periodicamente.

Na primeira opção, os juros capitalizados serão pagos juntos ao valor original, gerando um montante que pode ser calculado pela conhecida fórmula de juros compostos, $M = C \cdot (1 + i)^t$. Sendo assim, temos $M = 12000,00 \cdot (1 + 0,01)^{12} = R\$13521,90$. Nesse caso, não haverá

pagamento algum durante todo o período do contrato, nem de juros nem da dívida principal. O saldo será amortizado em uma única parcela de R\$12000,00, no final do contrato, acrescida dos juros acumulados no período, no valor de R\$1521,90.

Já na segunda opção, a amortização ainda ocorre apenas no final da negociação, mas com prestações mensais equivalentes aos juros sobre o valor do empréstimo. A evolução dos pagamentos consta na Tabela 1.

Tabela 1 - Sistema Americano de Amortização

Sistema Americano de Amortização					
Mês	Dívida anterior	Juros	Amortização	Prestação	Dívida atual
1	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
2	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
3	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
4	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
5	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
6	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
7	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
8	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
9	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
10	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
11	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ -	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00
12	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ 12.000,00	R\$ 12.120,00	R\$ -

Fonte: Freitas (2021)

Na Tabela 1, é possível perceber que o pagamento de juros mensais, aliado às amortizações nulas, mantêm a dívida inalterada até o início do 12º mês, ao fim do qual paga-se uma prestação de R\$12120,00, equivalente aos juros do último período somados à amortização da dívida. Nessa opção, com juros fixos, a soma da coluna “Prestação” (R\$13440,00) nos leva à conclusão de que essa é a alternativa mais vantajosa, uma vez que se trata de um valor inferior àquele calculado na primeira opção (R\$13521,90).

Em termos genéricos, o Sistema Americano de Amortização estipula que um valor V , financiando em n meses, sob uma taxa mensal i , terá seu montante M definido por $M = V \cdot (1 + i)^n$, caso os juros sejam capitalizados, ou por $M = V \cdot (1 + n \cdot i)$, na ocasião de pagamentos mensais. Essas fórmulas figuram nos livros didáticos do Ensino Médio, em capítulos destinados à Matemática Financeira, quando referenciam sistemas de juros compostos e de juros simples, respectivamente; no entanto, em contextos diversos à modalidade em pauta.

Nas análises de Bagatini (2010), o Sistema Americano é uma boa sugestão àqueles que desejam montar seu próprio negócio, na expectativa de, em curto prazo, angariar recursos para quitar o empréstimo. Contudo, em razão dos montantes pagos, esse sistema de amortização convém apenas aos empreendedores que não dispõem de renda certa alguma para quitação parcelada da dívida.

Em contrapartida, para aqueles que têm condições de arcar com pagamentos mensais, além dos juros, existem sistemas mais interessantes cujos montantes a pagar são mais baixos que o do Sistema Americano. Estamos falando do Sistema de Amortização Constante e do Sistema de Amortização Francês, cujos pagamentos mensais têm, entre outras finalidades, a de amortizar o saldo devedor, seja através de amortizações constantes ou de prestações fixas, respectivamente.

O Sistema de Amortização Constante - SAC é um processo no qual o saldo devedor diminui linearmente mediante o pagamento de amortizações fixas, cujos valores equivalem à razão entre o valor financiado e a quantidade de parcelas. A cada um desses pagamentos são acrescidos os juros sobre a dívida restante, resultando prestações decrescentes e lineares ao longo do período.

Diferente do Sistema Americano, essa nova modalidade constitui um dos sistemas de amortização mais comuns no Brasil, aplicada especialmente em financiamentos imobiliários. As pesquisas de Santos (2015) e Marques (2016) mencionam a utilização desse sistema nas negociações do Sistema Financeiro de Habitação – SFH, no programa “Minha Casa, Minha Vida” do Governo Federal e também nos financiamentos imobiliários promovidos por bancos comerciais, além de repasses a empresas privadas através de entidades governamentais.

Para ilustrar a evolução da dívida em um SAC, consideremos novamente uma dívida de R\$12000,00, contraída sob uma taxa mensal de juros de 1%, a ser paga ao longo de um ano. Nessa modalidade, a dívida será amortizada em 12 parcelas de R\$1000,00, acrescidas dos juros calculados sobre o saldo devedor. As etapas para essa negociação seguem registradas na Tabela 2.

Na Tabela 2, observamos que as amortizações, fixadas em R\$1000,00 durante todo o período do financiamento, reduzem linearmente o saldo devedor e, conseqüentemente, os juros calculados a cada mês. Em todas as colunas, exceto “Mês” e “Amortização”, identificamos os valores em progressões aritméticas decrescentes.

Tabela 2 - Sistema de Amortização Constante

Sistema de Amortização Constante (SAC)					
Mês	Dívida anterior	Juros	Amortização	Prestação	Dívida atual
1	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.120,00	R\$ 11.000,00
2	R\$ 11.000,00	R\$ 110,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.110,00	R\$ 10.000,00
3	R\$ 10.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.100,00	R\$ 9.000,00
4	R\$ 9.000,00	R\$ 90,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.090,00	R\$ 8.000,00
5	R\$ 8.000,00	R\$ 80,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.080,00	R\$ 7.000,00
6	R\$ 7.000,00	R\$ 70,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.070,00	R\$ 6.000,00
7	R\$ 6.000,00	R\$ 60,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.060,00	R\$ 5.000,00
8	R\$ 5.000,00	R\$ 50,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.050,00	R\$ 4.000,00
9	R\$ 4.000,00	R\$ 40,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.040,00	R\$ 3.000,00
10	R\$ 3.000,00	R\$ 30,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.030,00	R\$ 2.000,00
11	R\$ 2.000,00	R\$ 20,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.020,00	R\$ 1.000,00
12	R\$ 1.000,00	R\$ 10,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.010,00	R\$ -

Fonte: Freitas *et al* (2021)

Uma vez identificados os primeiros termos (a_1) as razões (r) dessas progressões, a conhecida fórmula de termo geral de uma progressão aritmética (PA), $a_n = a_1 + r \cdot (n - 1)$, nos permite escrever as expressões $j_n = 120 - 10 \cdot (n - 1)$, $p_n = 1120 - 10 \cdot (n - 1)$ e $D_n = 11000 - 1000 \cdot (n - 1)$, que descrevem a evolução das grandezas “Juros”, “Prestação” e “Dívida atual”, respectivamente. A partir dessas expressões, é possível calcular o valor dos juros, da prestação e da dívida atual em qualquer mês n , com $n \in \mathbb{N}$, o que facilita o controle em negociações de longo prazo.

Além das expressões supracitadas, podemos adaptar a fórmula de soma dos n primeiros termos de uma PA, $S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$, de modo a obtermos a expressão $M_n = (p_1 + p_n) \cdot \frac{n}{2}$, muito útil no cálculo do montante pago até o referido mês. Sendo assim, o montante pago durante todo o financiamento apresentado na Tabela 2 pode ser calculado a partir da soma dos valores na coluna “Prestação” ou pelas fórmulas supracitadas. Por exemplo, para $n = 12$, temos:

- $p_{12} = 1120 - 10 \cdot (12 - 1) = R\$1010,00$ e
- $S_{12} = (p_1 + p_{12}) \cdot \frac{12}{2} = (1120 + 1010) \cdot 6 = R\$12780,00$.

Quanto aos montantes, observa-se que o SAC é mais vantajoso em relação ao Sistema Americano, calculado a partir da Tabela 1 (R\$13440,00). Isso é um fato que ocorre não apenas nos exemplos citados nesse texto. Generalizações matemáticas para uma dívida V , financiada em n meses, sob uma taxa mensal i , nos permitem concluir que, fixadas essas grandezas, os montantes em SAC

são sempre mais vantajosos em relação a outras modalidades de financiamento.

Uma recomendação ao lidar com o SAC se refere à sua aplicação nos financiamentos imobiliários. Nesse cenário, Almeida (2019) alerta para a importância de se atentar não apenas para as menores taxas de juros, mas também para os acréscimos de taxas de seguros e outras despesas do financiamento, valores que encarecem o crédito. Além disso, Filgueiras (2019) menciona que algumas instituições financeiras liberam empréstimos cujas parcelas correspondam a, no máximo, 30% da renda familiar. E, para várias famílias, os valores altos das primeiras prestações do SAC ultrapassam esse percentual. Sendo assim, uma alternativa a essa desvantagem é optar pelo Sistema Francês de Amortização, caracterizado por prestações constantes durante todo o período do financiamento.

O Sistema Francês de Amortização, comumente chamado de Tabela Price, se baseia em um regime de juros compostos, com prestações fixas e periódicas. À semelhança do SAC, as prestações na Tabela Price tem a finalidade de amortizar a dívida e pagar juros sobre o saldo devedor. Contudo, como consequência da constância no valor das prestações, os valores referentes às amortizações aumentam a cada período enquanto os juros diminuem ao longo do processo.

Com o valor das parcelas fixado abaixo das cifras iniciais do SAC, a Tabela Price é uma sugestão viável em financiamentos de curto e de médio prazo. No Brasil, essa modalidade é amplamente utilizada em financiamentos de bens de consumo em geral, tais como aparelhos eletroeletrônicos, móveis e automóveis; além de parcelamentos de faturas de cartão de crédito e empréstimos de curta duração. Segundo Silvestre (2015), o uso desse sistema passa despercebido nas compras do cotidiano uma vez que vendedores e consumidores, em sua maioria, não conhecem as especificidades dessa tabela. Os cálculos ficam a cargo das instituições financeiras que subsidiam tais negociações: administradoras de cartões, bancos e cooperativas de crédito.

Os elementos de um financiamento regidos pela Tabela Price, bem como a evolução desses, serão mostrados na Tabela 3, construída a partir de uma dívida inicial de R\$12000,00, amortizada em 12 prestações de R\$1066,19. A cada pagamento, cujo resultado será justificado ainda nessa seção, o valor da amortização é obtido pela diferença entre os juros de 1% sobre o saldo devedor e valor da prestação.

Diferente do que foi observado no SAC, a Tabela 3 mostra que as evoluções dos elementos na Tabela Price não se adequam a progressões aritméticas nem geométricas, salvo a coluna “Amortização”, que cresce em PG de razão 1,01, e a coluna “Prestação”, observada como uma PG, ou PA, constante. Conforme descrito anteriormente, é perceptível o decréscimo dos juros em virtude da diminuição do saldo devedor. Ademais, mediante prestações constantes, juros decrescentes implicam amortizações crescentes.

Tabela 3 - Sistema de Amortização Francês

Sistema de Amortização Francês (Tabela PRICE)						
Mês	Saldo Devedor	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Atual	
1	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ 946,19	R\$ 1.066,19	R\$ 11.053,81	
2	R\$ 11.053,81	R\$ 110,54	R\$ 955,65	R\$ 1.066,19	R\$ 10.098,17	
3	R\$ 10.098,17	R\$ 100,98	R\$ 965,20	R\$ 1.066,19	R\$ 9.132,96	
4	R\$ 9.132,96	R\$ 91,33	R\$ 974,86	R\$ 1.066,19	R\$ 8.158,11	
5	R\$ 8.158,11	R\$ 81,58	R\$ 984,60	R\$ 1.066,19	R\$ 7.173,50	
6	R\$ 7.173,50	R\$ 71,74	R\$ 994,45	R\$ 1.066,19	R\$ 6.179,05	
7	R\$ 6.179,05	R\$ 61,79	R\$ 1.004,39	R\$ 1.066,19	R\$ 5.174,66	
8	R\$ 5.174,66	R\$ 51,75	R\$ 1.014,44	R\$ 1.066,19	R\$ 4.160,22	
9	R\$ 4.160,22	R\$ 41,60	R\$ 1.024,58	R\$ 1.066,19	R\$ 3.135,64	
10	R\$ 3.135,64	R\$ 31,36	R\$ 1.034,83	R\$ 1.066,19	R\$ 2.100,81	
11	R\$ 2.100,81	R\$ 21,01	R\$ 1.045,18	R\$ 1.066,19	R\$ 1.055,63	
12	R\$ 1.055,63	R\$ 10,56	R\$ 1.055,63	R\$ 1.066,19	-R\$ 0,00	

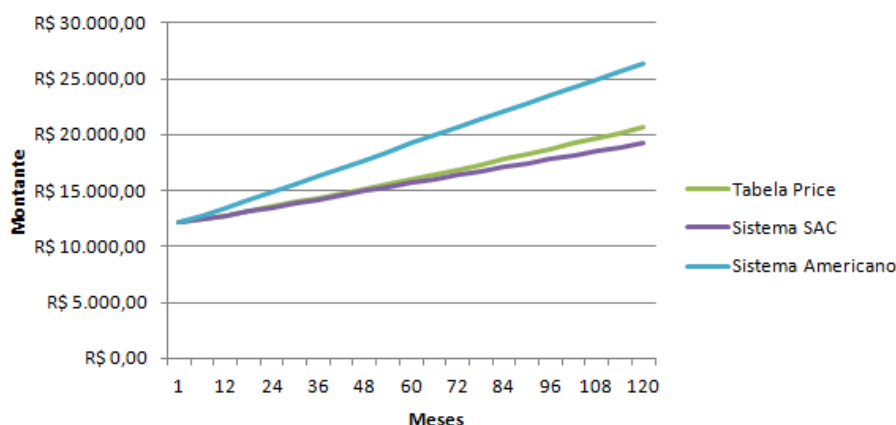
Fonte: Freitas *et al* (2021)

Dado que os valores da coluna “Amortização” crescem em PG de razão $q = 1,01$, as expressões $A_n = 946,19 \cdot (1,01)^{n-1}$ e $S_n = 94619,00 \cdot [(1,01)^n - 1]$ permitem calcular, respectivamente, o valor da amortização no mês n e o total liquidado até o referido mês. Tais expressões são obtidas a partir das conhecidas fórmulas de PG, $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ e $S_n = a_1 \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$, usadas para definir o valor do n ésimo termo e a soma dos n elementos da sequência, nessa ordem. Nesses termos, também é possível usar a expressão $D_n = 12000,00 - 94619,00 \cdot [(1,01)^n - 1]$ para determinar o valor atual da dívida, equivalente à diferença entre a dívida inicial e o total amortizado.

No tocante à constância das prestações, o resultado obtido para cada parcela (P) é feito a partir do valor do empréstimo (V), da taxa de juros (i) e da quantidade de prestações (n); incógnitas que, na Tabela Price, se relacionam segundo a expressão $P = \frac{V \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}$. Retornando à situação mostrada na Tabela 3, a partir do terno $(V, i, n) = (12000, 1\%, 12)$, temos $P = \frac{12000 \cdot 0,01}{1 - (1+0,01)^{-12}} = R\$1066,19$.

Quanto à soma das prestações em ambos os sistemas, calculadas a partir da soma dos valores descritos na coluna “Prestação” das Tabelas 2 e 3, ou ainda, por meio de fórmulas já citadas nesse texto, os resultados mostrados na Tabela 3 ($12 \cdot R\$1066,19 = R\$12794,08$) evidenciam uma ligeira desvantagem da Tabela Price em relação ao SAC ($R\$12780,00$), calculado anteriormente. Mais uma vez, essa observação não se restringe aos exemplos apresentados. Fixados o valor da dívida, o prazo e a taxa de juros, generalizações matemáticas conduzem à conclusão de que o total pago em um financiamento regido pelo SAC será sempre inferior ao montante de uma Tabela Price. A Figura 1, construída a partir de um financiamento de $R\$12000,00$, sob a taxa mensal de 1%, nos mostra isso graficamente.

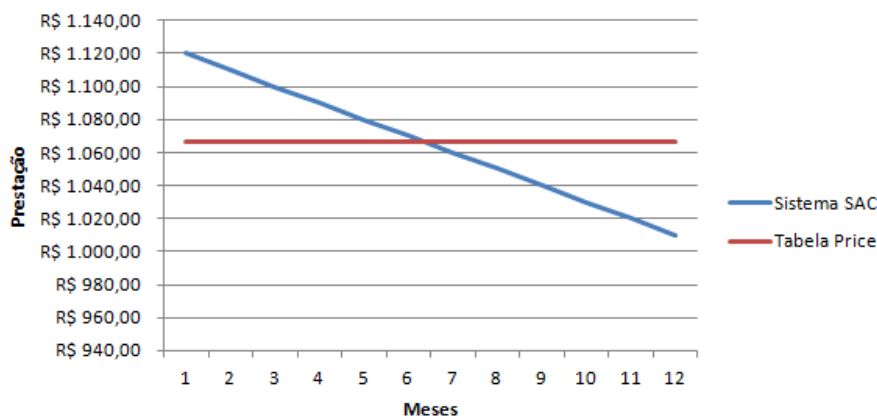
Figura 1 - Sistemas de Amortização e seus Montantes



Fonte: Freitas (2021)

Se por um lado temos o montante como a principal vantagem do SAC ante as demais opções de financiamento, temos nos valores das prestações iniciais dessa modalidade um contraponto, uma vez que o SAC tem parcelas iniciais mais caras do que as da Tabela Price. No entanto, por se tratar de valores decrescentes, em SAC, sempre haverá um momento em que essas serão mais baratas que a prestação do sistema francês. A Figura 2, construída a partir das colunas “Prestação” das Tabelas 2 e 3, mostra a evolução das parcelas ao longo do período.

Figura 2 - Sistemas de Amortização e suas Prestações



Fonte: Freitas (2021)

Em oposição aos altos valores das prestações iniciais no Sistema SAC, a Tabela Price segue como a modalidade de financiamento mais utilizada no país. A justificativa para isso, segundo Filgueiras (2019), é a constância nas parcelas, que facilita o planejamento mensal em curto e médio prazo, por parte dos mutuários (tomadores do empréstimo). Por outro lado, a Tabela Price também favorece o credor (o que concede o empréstimo), que recebe um montante maior ao final da negociação. Esse último constitui outra razão à preferência pelo sistema francês.

Uma alternativa aos altos valores das prestações iniciais do SAC e aos caros montantes da Tabela Price é o Sistema de Amortizações Crescentes - SACRE. Nessa modalidade, conhecida também como sistema misto, o valor mensal de cada prestação equivale à média aritmética entre as parcelas calculadas em ambos os sistemas para o referido mês, implicando pagamentos mensais linearmente decrescentes. De forma semelhante ao sistema SAC, a prestação em um SACRE serve para pagar os juros sobre o saldo devedor, que diminuem durante o período, e para amortizar partes crescentes da dívida original. A Tabela 4 exemplifica a evolução das grandezas envolvidas nesse tipo de financiamento.

Tabela 4 - Sistema de Amortização Crescente

Sistema de Amortização Crescente (SACRE)					
Mês	Saldo Devedor	Juros	Amortização	Prestação	Saldo Atual
1	R\$ 12.000,00	R\$ 120,00	R\$ 973,09	R\$ 1.093,09	R\$ 11.026,91
2	R\$ 11.026,91	R\$ 110,27	R\$ 977,82	R\$ 1.088,09	R\$ 10.049,08
3	R\$ 10.049,08	R\$ 100,49	R\$ 982,60	R\$ 1.083,09	R\$ 9.066,48
4	R\$ 9.066,48	R\$ 90,66	R\$ 987,43	R\$ 1.078,09	R\$ 8.079,05
5	R\$ 8.079,05	R\$ 80,79	R\$ 992,30	R\$ 1.073,09	R\$ 7.086,75
6	R\$ 7.086,75	R\$ 70,87	R\$ 997,23	R\$ 1.068,09	R\$ 6.089,53
7	R\$ 6.089,53	R\$ 60,90	R\$ 1.002,20	R\$ 1.063,09	R\$ 5.087,33
8	R\$ 5.087,33	R\$ 50,87	R\$ 1.007,22	R\$ 1.058,09	R\$ 4.080,11
9	R\$ 4.080,11	R\$ 40,80	R\$ 1.012,29	R\$ 1.053,09	R\$ 3.067,82
10	R\$ 3.067,82	R\$ 30,68	R\$ 1.017,41	R\$ 1.048,09	R\$ 2.050,40
11	R\$ 2.050,40	R\$ 20,50	R\$ 1.022,59	R\$ 1.043,09	R\$ 1.027,81
12	R\$ 1.027,81	R\$ 10,28	R\$ 1.027,81	R\$ 1.038,09	-R\$ 0,00

Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

Construída sob as mesmas condições das tabelas anteriores, a Tabela 4 mostra a evolução de uma dívida de R\$12000,00 até sua quitação, no 12º mês, sob a taxa mensal de 1%. Conforme mencionado, para cada mês n , as prestações são calculadas a partir da média aritmética entre as prestações vigentes nas modalidades SAC e Tabela Price. Por exemplo, nos três primeiros meses, temos:

- $p_1 = \frac{1120,00+1066,19}{2} = R\$1093,09;$
- $p_2 = \frac{1110,00+1066,19}{2} = R\$1088,09$ e
- $p_3 = \frac{1100,00+1066,19}{2} = R\$1083,09.$

Calculados os valores das demais prestações, de forma análoga aos exemplos citados, as demais grandezas envolvidas nessa modalidade evoluem de forma semelhante ao SAC. Nesse contexto, destacamos o montante dessa transação, R\$12787,11, obtido a partir da soma das prestações. O referido montante é superior ao montante SAC (R\$12780,00) e inferior ao montante da Tabela Price (R\$12794,08).

A modalidade SACRE é usada na liquidação de alguns financiamentos imobiliários, como o Sistema de Financiamento Habitacional - SFH. Sobre essa utilização, Santos (2015) aponta como desvantagem o fato de as primeiras parcelas serem ligeiramente mais caras que a do sistema francês, porém mais acessíveis que as do SAC. Por outro lado, os montantes do sistema SACRE são menores

que os da Tabela Price, em consequência das maiores amortizações que ocorrem logo nos primeiros meses do contrato.

Dados os sistemas de amortização apresentados nesse texto, com suas especificidades e aplicações, bem como os conteúdos matemáticos intrínsecos, ratificamos o foco desse artigo sobre o ensino desses aos estudantes da Educação Básica. Sendo assim, seguem na próxima seção nossas considerações a respeito do ensino do tópico *Empréstimos & Financiamentos* na sala de aula do Ensino Médio, com base nos sistemas de amortização.

Sistemas de Amortização no Ensino Médio

Nas discussões apresentadas na seção anterior, destacamos as menções às fórmulas de juros simples e de juros compostos, $M = V \cdot (1 + n \cdot i)$ e $M = V \cdot (1 + i)^n$, às generalizações para o termo geral de progressões aritméticas e geométricas, $a_n = a_1 + r \cdot (n - 1)$ e $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, e às expressões para soma dos termos dessas progressões, $S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$ e $S_n = a_1 \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$. Nos livros didáticos do Ensino Médio, tais igualdades figuram nos capítulos de Matemática Financeira, ou Matemática Comercial, e de Progressões, que podem ser trabalhados em séries distintas, de acordo com a perspectiva de cada autor.

Segundo análise publicada por Pereira e Couto (2017) sobre os conteúdos de Matemática Financeira presentes nas principais coleções didáticas destinadas aos estudantes do Ensino Médio, são comuns as abordagens sobre juros simples e juros compostos, incluindo comparações entre esses, e também atividades envolvendo progressões aritméticas e geométricas em contextos financeiros. Os títulos analisados formam

- Matemática: ciência e aplicações, 6ª edição, de Gelson Iezzi *et al*;
- Matemática: volume único, 1ª edição, de Manoel Paiva;
- Matemática: ciência, linguagem e tecnologia, 1ª edição, de Jackson Ribeiro e
- Matemática: Contexto e aplicações, 6ª edição, de Luiz Roberto Dante.

Em algumas das coleções supracitadas, as fórmulas de juros simples e de juros compostos são associadas às progressões aritmética e geométrica, respectivamente, ou ainda, a funções afins e exponenciais, nessa ordem. No entanto, tais materiais não fazem menção alguma sobre os sistemas

de amortização, seja nos capítulos de Matemática Financeira ou de Progressões. Ademais, poucas são as publicações que promovem debates sobre vantagens de uma compra à vista, sobre taxas nominal e efetiva, ou ainda sobre o sistema de amortização mais adequado em uma compra a prazo. Trata-se de discussões próprias ao processo de Educação Financeira que, na última etapa da Educação Básica, devem capacitar os estudantes a tomar decisões financeiras de forma crítica e acertada.

Em contrapartida, nossa pesquisa aponta para uma possibilidade de se trabalhar sistemas de amortização como um novo tópico dentro da sala de aula do Ensino Médio, sob o título *Empréstimos & Financiamentos*. Mediante o exposto na seção anterior, a compreensão do tema em pauta perpassa por conhecimentos sobre “Juros” e “Progressões”, próprios da última etapa da Educação Básica. Ainda segundo Pereira e Couto (2017), esses dois conteúdos, presentes em todas as coleções por eles analisadas, se constituem como pré-requisitos ao assunto em questão.

Nesse cenário, em que o tópico Sistemas de Amortização não é comumente pautado nos livros didáticos do Ensino Médio, abordagens adequadas a esse segmento são objetos de diversos estudos acerca do tema. Entre esses, destacamos as dissertações do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, cujo repositório do programa disponibiliza 19 trabalhos acerca do ensino de *Empréstimos & Financiamentos*. Tendo por base o objetivo do programa em promover uma melhoria do ensino na Educação Básica, o PROFMAT se revela como um importante lócus de produção científico-acadêmica para o ensino de Matemática.

Submetidas ao um processo de revisão sistemática, Freitas *et al* (2021) categorizaram as publicações supracitadas a partir dos conteúdos matemáticos abordados, dos recursos utilizados no ensino de Sistemas de Amortização e dos materiais/produtos desenvolvidos nas pesquisas. Na primeira categoria, os tópicos “Juros” e “Séries Uniformes” se destacam como precedentes ao estudo do SAC e da Tabela Price, entre outras modalidades de financiamento. Quanto aos recursos utilizados, o preenchimento de tabelas e a construção de gráficos são amplamente explorados para analisar as especificidades de cada sistema, tal como foi apresentado nesse artigo, na seção anterior. Para isso, nove autores lançam mão de ferramentas digitais, tais como os softwares Geogebra e Excel. Ademais, esses mesmos recursos figuram nos produtos/materiais analisados, desde a elaboração de sequências didáticas e listas de atividades, propostas para a sala de aula do Ensino Médio, à construção de simuladores de financiamentos, criados a partir dos softwares mencionados.

Os autores das referidas dissertações versam sobre a relevância do tópico *Empréstimos & Financiamentos*, ou Sistemas de Amortização, e sobre a necessidade de esse ser abordado nas salas de aula do Ensino Médio. Para cada sistema, os trabalhos apresentam considerações quanto à utilização, às características e aos cálculos das prestações. Contudo, poucos são os textos dessa lista que levantam discussões sobre necessidade e vontade; planejamentos e metas; sonhos e patrimônios. Tratar desses fatores configura uma abordagem própria à Educação Financeira.

Diante do exposto, destacamos a necessidade de um material que aborde o tópico *Empréstimos & Financiamentos*, tanto no âmbito das discussões próprias à Educação Financeira quanto em aspectos matemáticos adequados à sala de aula do Ensino Médio. Nessa perspectiva, apresentaremos na próxima seção a construção de um produto educacional, fruto da pesquisa de mestrado relatada nesse artigo.

Empréstimos & Financiamentos: o produto educacional

Apresentado por Freitas e Moreira (2020 e 2021a), o produto educacional construído durante essa pesquisa de mestrado é o título *A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio*. Trata-se de um livro digital que tem como objetivo orientar o professor da Educação Básica na apresentação dos dois principais sistemas de amortização já citados nesse artigo: SAC e Tabela Price. O material é composto por cinco sequências didáticas a serem reproduzidas com os alunos do Ensino Médio, em sala de aula, de forma paralela, ou não, ao material didático adotado pela escola.

Por meio das sequências didáticas propostas, os alunos serão capazes de fazer associações entre juros e progressões; identificar e generalizar padrões de PA/PG em compras parceladas; comparar os sistemas de amortização, analisando suas vantagens e desvantagens; calcular o valor de prestações, sejam elas fixas, decrescentes ou antecipadas e; por fim, calcular o saldo devedor e o montante pago ao longo de um financiamento. A fim de alcançar cada um desses objetivos, o material foi estruturado em módulos e, cada um desses, em seções, conforme mostra o Quadro 2.

A sugestão inicial é que cada módulo apresentado no Quadro 2 seja trabalhado em um encontro de 100 minutos (2 horas-aula), precedidos por um encontro inicial de 50 minutos para apresentação do projeto. Para execução da proposta, cada sequência é organizada em seções destinadas ora ao professor ora ao estudante.

Quadro 2 – Capítulos e Estruturas

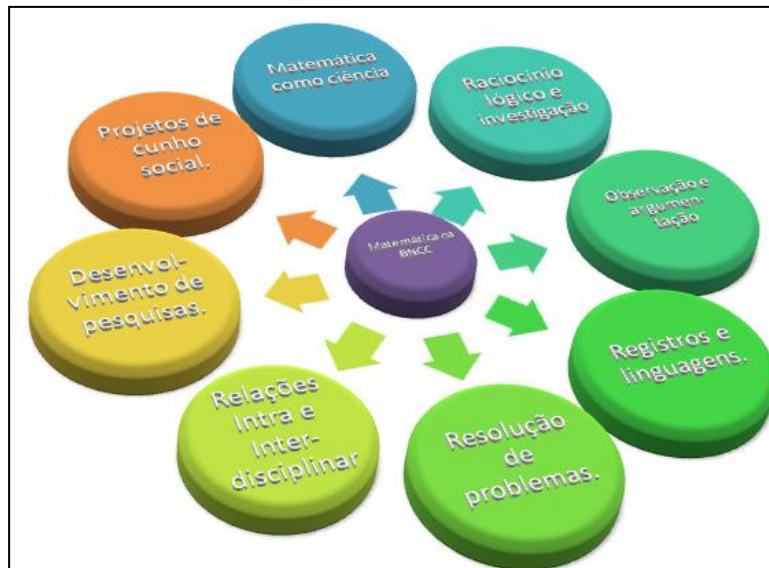
Capítulo	Título	Objetivo
1	Juros & Progressões	Associar as expressões de montantes em sistemas de juros simples (ou compostos) às fórmulas de termo geral de progressões aritméticas (ou geométricas).
2	Tipos de financiamentos	Apresentar o conceito de amortização e verificar a existência de padrões por meio de progressões e recorrências em diversos processos de financiamentos.
3	Tabela Price	Identificar as progressões geométricas formadas pelos valores atualizados das parcelas pagas em atraso e calcular o valor fixo das prestações.
4	Sistema SAC	Identificar a evolução das grandezas SAC como progressões aritméticas e comparar a quitação da dívida em sistemas SAC e PRICE.
5	Recorrências	Explorar os processos de construção das funções que verificam as relações de recorrência citadas nos capítulos anteriores.

Fonte: Freitas e Moreira (2020 Adaptada)

Em atenção ao docente, o material contém orientações sobre a condução de cada encontro e as seções “*Problemas de pesquisa*”, que tratam da explanação do conteúdo. Além dessas, destacamos as seções “*Professor(a), e se ...?*” que, embora não figure no Quadro 2, trazem, ao final de cada sequência didática, possíveis dúvidas dos alunos quanto aos assuntos estudados. Aos estudantes, cabe-lhes a resolução das atividades introdutórias da seção “*É hora de explorar!*” e das questões de fixação da seção “*Vamos praticar!*”, além da leitura dos textos em “*Por que ninguém me contou isso antes?*”.

Além de cumprir os objetivos já mencionados, as sequências propostas são conduzidas a fim de promover e ratificar competências específicas que a BNCC estabelece à área *Matemática e suas Tecnologias*. Nas análises dos autores, o desenvolvimento e a consolidação, total ou parcial, dessas competências, apresentadas na Figura 3, constituem um dos critérios de avaliação do produto educacional.

Figura 3 - Competências Matemáticas na BNCC



Fonte: Freitas e Moreira (2021a)

Nas situações introdutórias da seção “*É hora de explorar!*”, os estudantes devem usar conhecimentos numéricos para completar tabelas e, a partir dessas, identificar possíveis padrões. Para tanto, exige-se do participante a competência *Raciocínio lógico e Investigação*, uma vez que o preenchimento das tabelas segue uma ordem lógica de operações e a identificação de padrões é baseada na análise de sequências numéricas. Daí, os padrões devem ser descritos em linguagem textual e algébrica, evocando a competência *Registros e Linguagens*.

Os conhecimentos necessários à manipulação das tabelas, à identificação e ao registro de padrões permeiam os conteúdos “Porcentagens & Juros”, “Sequências & Progressões” e “Equações & Funções”. Uma vez que esses tópicos podem ser trabalhados a partir de unidades temáticas distintas (Números, Álgebra e Grandezas/Medidas), temos o caráter intradisciplinar da Matemática, endossando o desenvolvimento da competência *Relações Intra/Interdisciplinar*.

A linguagem algébrica usada para registrar os padrões identificados nas tabelas dá origem a funções que descrevem a dependência entre grandezas financeiras e temporais. Os estudantes são orientados a testar a validade dessas relações a partir dos números já registrados e aplicá-las na obtenção de novos valores, passíveis de análises e comparações. Os atos de analisar as cifras obtidas e de registrar as conclusões sobre essas ao final de cada situação consolidam a capacidade de

Observação e Argumentação dos alunos, evocando a competência homônima. Ademais, ainda acerca da validade das funções obtidas, as verificações matematicamente adequadas ficam sob a responsabilidade do professor, na explanação do “*Problema de pesquisa*”. Tais averiguações, aliadas à investigação e à generalização, ajudam o estudante a enxergar a *Matemática como Ciência*.

Quanto ao desenvolvimento da competência *Resolução de Problemas*, as questões de fixação da seção “*Vamos praticar!*” apresentam contextualizações típicas do cotidiano financeiro - compras parceladas, pagamento de prestações, prazos, rendimentos, juros e inflação. Tais assuntos são ampliados nos textos da seção “*Por que ninguém me contou isso antes?*”, que relacionam o conhecimento adquirido a informações/instruções úteis à Educação Financeira dos participantes.

Nesse sentido, vale lembrar que os textos da seção supracitada contribuem com a inserção dos estudantes no universo do dinheiro e com a compreensão desses sobre finanças e economia. Trata-se de uma abordagem em acordo com a Educação Financeira Escolar, que nos permite caracterizar o produto educacional como parte de um *Projeto de Cunho Social*, visto o caráter inclusivo atribuído ao tema proposto.

Ademais, por se tratar de uma sugestão sobre como abordar Sistemas de Amortização na sala de aula do Ensino Médio, nosso material não esgota o tópico *Empréstimos & Financiamentos*. Nesse sentido, questionamentos diversos surgirão ao longo de sua utilização, ora por parte de docentes, em primeiro contato com o assunto, ora por parte dos estudantes, durante as aulas sobre o tema. Nesse sentido, as dúvidas registradas na seção “*Professor(a), e se ...?*”, bem como outras possíveis indagações, apontam para a necessidade de novos estudos, configurando a presente obra como detonadora da competência *Desenvolvimento de Pesquisas*.

Feitas as descrições do produto educacional, bem como o detalhamento de suas estruturas à luz das competências da BNCC, específicas à área *Matemática e suas Tecnologias*, seguimos às aplicações desse, feitas em duas escolas privadas de Belo Horizonte – MG, nas quais o mestrando atuava como professor.

A primeira aplicação ocorreu em julho de 2020, em uma turma de 1º ano do Ensino Médio (1ºEM) e a segunda, em uma turma de 3º ano (3ºEM), em novembro do mesmo ano, em outra escola. Diante da suspensão das aulas presenciais no período de março até o fim do referido período letivo,

devido à disseminação do coronavírus, em ambas as instituições, as aulas se deram em ambientes virtuais, nos quais os participantes interagiam em plataformas de videoconferências, a saber, Google Meet e Zoom, respectivamente.

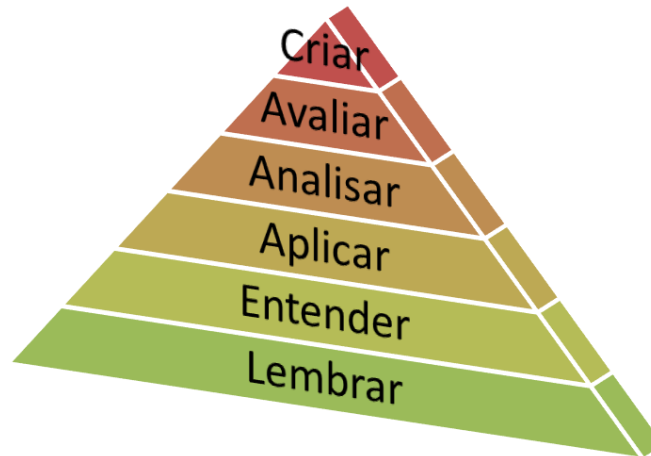
Logo no primeiro encontro, destinado à apresentação do projeto, os participantes se impressionaram ao comparar o preço à vista de um automóvel com o valor total a ser pago por esse mesmo veículo em um financiamento, situação semelhante à história apresentada na introdução desse livro. Na ocasião, alguns estudantes comentaram ser melhor poupar para comprar à vista, enquanto outros sugeriram que se pesquisassem melhores opções de financiamento. Tais sugestões foram usadas como referências para as aulas seguintes, nas explanações contidas nas seções “*Problema de Pesquisa*”. Outro fator que impressionou alunos de ambas as turmas foi a ausência de tópicos que abordassem o assunto nos materiais didáticos adotados pelas escolas.

Quanto às atividades propostas nas seções “*É hora de explorar!*” e “*Vamos Praticar!*”, as dúvidas relatadas pelos os estudantes foram semelhantes às esperadas para as aulas presenciais. Os assuntos tratados nas atividades em questão, bem como nos textos propostos em “*Por que ninguém me contou isso antes?*”, detonaram discussões preciosas que muito contribuíram com a Educação Financeira dos envolvidos.

Os alunos encerraram sua participação nesse projeto fazendo críticas e sugestões à utilização do produto educacional. Entre as sugestões, ressaltamos a necessidade de um aumento no tempo de aula destinada a cada módulo, caso a aplicação ocorra em ambientes remotos. As referidas aplicações também foram úteis para adequações no material, tais como inserir novas instruções para o professor e novas perguntas na seção “*Professor(a), e se ...?*”, e para reformular um item da seção “*Vamos Praticar!*”.

Após as aplicações, o produto educacional foi submetido à análise e validação, tendo como critérios as já citadas competências da BNCC, específicas para a área *Matemática e suas Tecnologias*, e os objetivos de aprendizagem da Taxonomia de Bloom. Essa consiste em um sistema de classificação de objetivos de aprendizagens formulado por um grupo de pesquisa coordenado por Benjamin Bloom, em 1956. Nesse sistema, a evolução do conhecimento é descrita em etapas, conforme a Pirâmide de Bloom, na Figura 4.

Figura 4 – Pirâmide de Bloom



Fonte: Freitas e Moreira (2021a)

A fim de denotar o grau de dificuldade atribuído ao conteúdo que está sendo avaliado, um conjunto de verbos cognitivos é associado a cada degrau da pirâmide apresentada na Figura 4. Segundo descrições de Mello *et al* (2019), os dois primeiros níveis, na base da pirâmide, constituem a fase de aquisição de conhecimento, referenciando a capacidade de memorização e de compreensão do que está sendo ensinado. As etapas seguintes, “Aplicar” e “Analisar”, consistem no desenvolvimento do pensamento crítico, ao passo que os dois últimos níveis referenciam a evolução da criticidade à capacidade de criação de conhecimento.

Nesse sentido, a classificação proposta por Bloom se constitui uma ferramenta eficaz de suporte à organização e à análise dos objetivos educacionais de sequências didáticas, avaliações e currículos. Portanto, as etapas supracitadas, bem como o conjunto de ações associado a cada uma delas, nortearão a análise das sequências didáticas propostas em cada módulo.

A etapa *E1 - Lembrar* requer que o aluno lembre com exatidão informações e conteúdos previamente abordados e, na etapa *E2 - Entender*, verifica-se se o aprendiz é capaz de modificar informações originais, ampliando-as (ou reduzindo-as) e representando-as em outros formatos. Nesse contexto, esses degraus se constituem como ponto de partida para o módulo M1 - Juros e Progressões do nosso material, uma vez que esse evoca os conhecimentos que os alunos têm sobre progressões aritméticas e geométricas, contextualizando-as a situações financeiras e associando-os às fórmulas de juros.

A etapa *E3 - Aplicar* exige do estudante a habilidade de usar, em situações novas, as informações aprendidas em etapas passadas, selecionando, transferindo e aplicando dados e princípios para resolver um problema ou completar uma tarefa com um mínimo de coordenação. Isso é o que ocorre no módulo M2 – Tipos de Financiamentos, uma vez que, mediante os conceitos recém adquiridos sobre amortização, a verificação de padrões em processos diversos permite caracterizar os modelos de financiamentos apresentados.

As especificidades dos sistemas de amortização são tratadas nos módulos M3 – Tabela Price e M4 – Sistema SAC. Esse tratamento consiste na distinção, na classificação e na relação entre as estruturas de cada sistema, apresentadas logo no início das sequências didáticas, nas seções “*É hora de explorar!*”. Tais atitudes configuram a quarta etapa da Taxonomia de Bloom: *E4 - Analisar*. Nesses módulos, os discentes recebem as tarefas de avaliar, comparar, discutir e explicar sobre vantagens e desvantagens dos sistemas estudados. Essas ações fazem parte do conjunto de verbos cognitivos associados à etapa *E5 - Avaliar*.

Quanto ao ápice *E6 - Criar*, o aluno deve combinar elementos de um conhecimento para formar um todo que se apresente como estrutura que antes não estava óbvia. Isso ocorre no módulo M5 – Recorrências, cujo objetivo é explorar os processos de construção das funções que verificam as relações de recorrência citadas nos módulos anteriores. Vale lembrar que uma recorrência descreve o comportamento de uma sequência numérica através de uma relação entre elementos consecutivos dessa sequência. Embora, muitas dessas relações não sejam classificadas como progressões aritméticas (nem geométricas), conceitos atrelados à soma dos termos dessas sequências são úteis à obtenção das funções que solucionam as recorrências. Logo, temos, em M5, a criação de um conhecimento (Recorrências) a partir de outro (PA/PG).

Descrita a evolução do conhecimento acerca do tema *Empréstimos & Financiamentos* proposto nas sequências didáticas do nosso produto educacional, as análises expostas conduzem à validação do referido material à luz dos objetivos educacionais da Taxonomia de Bloom.

Considerações Finais

Apresentadas nossas considerações sobre a importância da Educação Financeira para toda uma sociedade e a necessidade dessa ser implantada nas escolas, temos no tópico *Empréstimos &*

Financiamentos um item de extrema relevância, cujos conhecimentos influenciam na tomada de decisões acerca de compras parceladas. Trata-se de saberes que auxiliam no controle de orçamentos e em planos para o futuro, bem como na preservação de uma economia saudável para o indivíduo que os detém e seus familiares.

O desconhecimento dos consumidores quanto às vantagens e desvantagens das diversas modalidades de crédito disponíveis no mercado pode trazer consequências que minam a capacidade econômica de toda uma sociedade. Nesse sentido, as abordagens acerca do tópico *Empréstimos & Financiamentos* devem ser pauta não apenas em cursos na área de finanças, sejam eles de nível técnico, graduação ou pós-graduação, mas serem disponibilizados a todos os cidadãos que, diante da impossibilidade de uma compra à vista, podem optar conscientemente por estratégias de parcelamentos.

Nesse sentido, a fim de formar uma geração de consumidores que saiba usar as linhas e crédito com consciência e responsabilidade, defendemos a inserção do tópico *Empréstimos & Financiamentos* como componente na grade curricular no Ensino Médio, dentro dos temas listados para a Educação Financeira. Para esse fim, o título *A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio*, produto educacional apresentado nesse texto, se constitui como uma ferramenta eficaz, conforme as análises já descritas.

A partir de conteúdos matemáticos próprios do Ensino Médio, Freitas e Moreira (2021b) trazem reflexões acerca dos principais sistemas de amortização, evidenciando suas especificidades e aplicações. Com conduções que destacam o protagonismo discente e o papel mediador do professor de Matemática, o material promove discussões relevantes à Educação Financeira dos participantes, além de desenvolver as competências estabelecidas pela BNCC e amadurecer o conhecimento matemático dos estudantes, conforme a evolução apresentada na Taxonomia de Bloom.

Com isso, esperamos que os conhecimentos e aprendizagens desenvolvidas nesse produto educacional contribuam na formação de uma nova geração de consumidores que, com base nos saberes adquiridos acerca dos principais sistemas de amortização, serão capazes de argumentar com consciência, negociar com criticidade e tomar decisões de forma responsável diante da necessidade de compras parceladas.

Por fim, findamos esse artigo na esperança de apresentar aos professores e pesquisadores de Matemática, e áreas afins, um produto educacional de grande valor na construção da Educação Financeira de docentes e alunos. Sendo assim, convidamos os leitores a fazerem o download gratuito do livro, no link https://sbm.org.br/wp-content/uploads/2021/11/A_Matematica_dos_Emprestimos_e_Financiamentos.pdf, e, por meio deste, aprofundarem seus conhecimentos acerca do tópico *Empréstimos & Financiamentos*.

Referências

ALMEIDA, Marília. **Quer comprar um imóvel? Qual banco oferece o financiamento mais barato**. Exame-Invest. São Paulo. 2019. Disponível em <https://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/compare-o-financiamento-de-imoveis-nos-bancos-apos-corte-de-juros-da-caixa/>. Acesso em 2 de novembro de 2020.

BAGATINI, Anderson F. **Sistemas de amortização de empréstimos**. 2010. 27 f. Monografia (Graduação). Curso de Matemática, Departamento de Ciências Exatas e da Terra. Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões Campus de Erechim. Erechim.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 de maio de 2021.

BRASIL. Decreto nº 5685, de 25 de janeiro de 2006. **Diário Oficial da União. Institui o Comitê de Regulação e Fiscalização dos Mercados Financeiro, de Capitais, de Seguros, de Previdência e Capitalização - Coremec**. Brasília. Seção 1, 26/01/2006, p. 1. Disponível em <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2006/decreto-5685-25-janeiro-2006-540598-publicacaooriginal-41102-pe.html>. Acesso em 31 de outubro de 2020.

BRASIL. Decreto nº 7397, de 22 de dezembro de 2010. Diário Oficial da União. **Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF, dispõe sobre a sua gestão e dá outras providências**. Brasília. Seção 1, 23/12/2010, p. 7. Disponível em <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2010/decreto-7397-22-dezembro-2010-609805-norma-actualizada-pe.html>. Acesso em 28 de setembro de 2020.

EIOPA. **Report on financial literacy and education initiatives by competent authorities**. 2011. Disponível em https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/publications/pdfs/report_on_financial_literacy_and_education_eiopa-ccpfi-11-018_.pdf. Acesso em 12 de setembro de 2020.

FREITAS, Bruno G. **Empréstimos & financiamentos: uma abordagem sobre o ensino de sistemas de amortização à luz da Educação Financeira**. 2021. 102 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Centro Federal de Educação tecnológica de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2021.

FREITAS, Bruno G; MOREIRA, Valéria G. **Empréstimos & Financiamentos: uma discussão no âmbito da Educação Financeira no Ensino Médio**. ENOPEM - Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática. Anais... Barra do Bugres, UNEMAT, 2020, s/p.

FREITAS, Bruno G. e MOREIRA, Valéria G. Empréstimos & Financiamentos: uma proposta para o ensino de Sistemas de Amortização no Ensino Médio. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana - EM TEIA**. Recife, v. 12, n. 2, p. 1 - 21, jul/ago. 2021a.

FREITAS, Bruno G; MOREIRA, Valéria G. **A Matemática dos Empréstimos & Financiamentos no Ensino Médio**. Rio de Janeiro, SBM, 2021b. Disponível em https://sbm.org.br/wp-content/uploads/2021/11/A_Matematica_dos_Emprestimos_e_Financiamentos.pdf. Acesso em 17 de novembro de 2021.

FREITAS, Bruno G., FERREIRA, Fernanda A. F. e MOREIRA, Valéria G. Empréstimos & Financiamentos: uma revisão sistemática sobre o ensino de Sistemas de Amortização. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – RIPEM**, v. 11, n. 3, p. 151 - 172, ago. 2021.

FILGUEIRAS, Isabel. **SAC x tabela PRICE: qual é o melhor pra você?** Valor Investe Imóveis. São Paulo. 2019. Disponível em <https://valorinveste.globo.com/produtos/imoveis/noticia/2019/07/26/sac-x-tabela-price-qual-e-melhor-para-voce.shtml>. Acesso em 10 de abril de 2020.

MARQUES, Ernande. **Matemática financeira no ensino médio: capitalização e amortização com o uso de planilha eletrônica**. 2016. 68 f. Dissertação (Mestrado). Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal de Maranhão. São Luís.

MELLO, Cleyson M; ALMEIDA NETO, José Rogério M. e PRETILLO, Regina Célia. P. Taxonomia de Bloom. In: _____. **ENADE e a Taxonomia de Bloom: maximização dos resultados e indicadores de qualidade**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Editora Freitas Bastos, 2019. p. 28-53.

PEREIRA, Carolina B. C. e COUTO, Eduardo V. **Sistemas de Amortização: Uma Abordagem para o Ensino Médio Regular**. Revista Científica Fundação Osório. Rio de Janeiro, v. 2, n. 1, p. 1 - 27. jun. 2017.

OECD. **Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness**. Directorate for Financial and Enterprise Affairs. Jul. 2005b. Disponível em <http://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/nationalstrategiesforfinancialeducation.htm>. Acesso em 12 de setembro de 2020.

SANTOS, Marcelo J. F. **Sistemas de amortização na Educação Básica**. 2015. 64 f. Dissertação (Mestrado). Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal de Alagoas. Maceió.

SILVA, Amarildo M. e POWEL, Arthur B. **Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica**. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática: Retrospectiva e Perspectiva. Curitiba. 2013.

SILVA, Amarildo M. e POWEL, Arthur B. **Educação Financeira na Escola: A perspectiva da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico.** Boletim GEPEM, Seropédica, n.66, p. 3-19, jan/jun. 2015.

SILVESTRE, Roberto F. **A importância do ensino da matemática financeira no ensino médio.** 2015. 52 f. Monografia (Especialização). Curso de Especialização em Matemática para Professores. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.



Os direitos de licenciamento utilizados pela revista Educação em Foco é a licença *Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International* (CC BY-NC-SA 4.0)

Recebido em: 28/06/2021

Aprovado em: 24/03/2022