Significados de polinômios: uma via de apropriação por alunos do Ensino Fundamental

Soraia Abud Ibrahim[1], *Marilene Ribeiro Resende*[2]

Resumo:

Este artigo insere-se no campo do ensino-aprendizagem da álgebra e tem como objetivo analisar os significados construídos por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental para o conceito de polinômio, a partir de uma sequência de atividades de ensino, devidamente organizada, bem como refletir sobre a organização dessas atividades. Fundamenta-se teoricamente em Vigotski, Leontiev, Davydov e em pesquisadores em educação matemática. Trata-se de um experimento didático-formativo, na abordagem histórico-cultural. O experimento foi realizado numa escola municipal, em Uberaba (MG), em uma turma de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, no segundo semestre de 2014, com o desenvolvimento de quatro atividades de ensino, cada uma delas se desdobrando em várias ações/tarefas, em um período de quinze aulas, gravadas em vídeo e áudio. No que se refere aos resultados, há indícios de que ocorreram saltos qualitativos na apropriação dos significados de polinômio. O desenvolvimento da atividade de ensino em relação dialética com a atividade de aprendizagem representa uma possibilidade para a pesquisa no campo da didática.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem de álgebra. Polinômios. Experimento didático-formativo.

1 Professora titular da Universidade de Uberaba (UNIUBE) nos cursos de Engenharia e Tecnologia na Modalidade Presencial e no curso de Licenciatura em Matemática na Modalidade EaD.

E-mail: soraiabud@gmail.com

2 Professora titular da UNIUBE, na graduação e na pós-graduação (Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado e Doutorado), integrando a Linha de Pesquisa “Desenvolvimento Profissional, Trabalho Docente e Processo de Ensino-Aprendizagem”. Editora da Revista Profissão Docente/PPGE/UNIUBE.

E-mail: marilene.resende@uol.com.br

Meanings of polynomials: a route od appropriation by Elementary School students

Soraia Abud Ibrahim, Marilene Ribeiro Resende

Abstract:
This article is part of the algebra teaching-learning field and it aims to analyze the meanings of the concept of polynomial from a properly organized sequence of teaching constructed by students of the 8th grade of elementary school; as well as reflects about the organization of these activities. It is based on theory of Vygotsky, Leontiev, Davydov and researchers in mathematics education. It is a didactic-formative experiment in historical-cultural approach. The experiment was conducted in a public school in the city of Uberaba (MG), with the referred group of students of the 8th grade of elementary school in the second half of 2014, with the development of four teaching activities, each unfolding in various actions / tasks in a period of fifteen classes, recorded on video and audio. About results, there are indications that there were qualitative leaps in the appropriation of polynomial meanings. The development of teaching activity in dialectical relationship with the learning activity is a possibility for research in the field of teaching.

Keywords: Algebra teaching and learning. Polynomials. Didactic-formative experiment.

1 Introdução

Este artigo é fruto de uma pesquisa, inserida no Programa Observatório da Educação/ CAPES, a qual tomou como objeto de estudo a apropriação do significado de *polinômio* por alunos do 8º ano do ensino fundamental. Esse é um conceito importante na matemática escolar, mais especificamente no campo da álgebra. A investigação desenvolveu-se na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, tanto para o embasamento teórico como para o metodológico.

Assim, parte-se do pressuposto de que o homem se humaniza no seio da cultura criada por gerações anteriores no percurso da história. À medida que se apropria dos bens culturais historicamente acumulados, ele se desenvolve, transforma-se e transforma o mundo. Nesse processo de humanização, a educação, a escola e o processo ensino-aprendizagem têm papel fundamental. No espaço escolar, por meio de atividades de ensino devidamente organizadas, a criança, o jovem e o adulto têm a oportunidade de se apropriar dos conhecimentos teóricos das diversas áreas, dentre elas, a matemática. Ao aprender, o homem pode se desenvolver e, à medida que se desenvolve, pode continuar aprendendo. Esse princípio da Teoria Histórico-Cultural não separa desenvolvimento e aprendizagem, mas estabelece entre eles uma relação dialética.

É no segundo segmento (7º, 8º e 9º anos) do Ensino Fundamental que se inicia a sistematização do pensamento algébrico, ao serem trabalhados conteúdos escolares, tais como expressão algébrica, equação do 1º grau, sistemas de equação e de inequação, polinômios, produtos notáveis, fatoração, função, entre outros. Associa-se ao desenvolvimento do pensamento algébrico a apropriação de uma linguagem específica – a linguagem algébrica, entre os quais, na perspectiva teórica adotada para o estudo, entende-se que há uma relação dialética. Na linguagem algébrica, as letras podem expressar generalizações de propriedades, podem representar valores desconhecidos ou incógnitas, exprimir relações entre grandezas ou, ainda, representar símbolos abstratos.

Entretanto, o que tem sido recorrente é a falta de significados que muitos desses conteúdos têm para os alunos, pois a ênfase recai sobre a linguagem algébrica, desvinculada do desenvolvimento do pensamento algébrico. Como afirmam Imenes e Lellis (1994, p. 2): “Professores e alunos sofrem com a álgebra da 7ª série [8º ano]. Uns tentando explicar, outros tentando engolir técnica de cálculo com letras que, quase sempre, são desprovidas de significados para uns e outros”. Passados vinte anos da afirmação desses autores, constata-se que essa realidade ainda permanece, o que é retratado em produções mais recentes (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014; RIBEIRO; CURY, 2015).

Nas diversas concepções de álgebra e de educação algébrica, apresentadas por pesquisadores e educadores matemáticos, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lee

(2001), Lins e Gimenez (2001), Usiskin (1995), percebe-se que elas estão atreladas à relação entre pensamento e linguagem e ao papel que as letras têm no contexto do pensamento e da linguagem algébrica.

Assim, o objetivo geral da pesquisa foi analisar os significados construídos pelos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental para o conceito de polinômio, a partir de uma sequência de atividades de ensino, devidamente organizada, explorando diferentes concepções de álgebra, bem como refletir sobre a organização dessas atividades. Neste artigo, examinamos algumas delas, desenvolvidas em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública municipal de Uberaba (MG).

2 Buscando aportes na teoria histórico-cultural

Vygotski[3] (2012, p. 67) explica que o estudo histórico não se reduz ao estudo do passado, mas "estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. Esta é a exigência fundamental do método dialético".

As bases da Teoria Histórico-Cultural, da qual Vigotski é um dos criadores, são assentadas no processo de internalização das atividades social e historicamente construídas, como o afirma o próprio autor: "A internalização das atividades socialmente enraizadas e historicamente desenvolvidas constitui o aspecto característico da psicologia humana: é a base do salto qualitativo da psicologia animal para a psicologia humana" (VIGOTSKI, 2003, p. 76). Assim, a atividade mental é proveniente de uma ação coletiva, ou seja, interpsíquica, para uma individual, a intrapsíquica. O processo de transição de um tipo de atividade para outra é o que é chamado de internalização. Assim, o conhecimento não é um objeto "passado" de um indivíduo para outro, mas é algo que se elabora por meio de operações e habilidades cognitivas, construídas na interação social.

Esse processo é sempre mediado e ocorre por meio de signos e instrumentos. Desse modo, a atividade que diferencia em primeiro lugar o homem dos animais é a criação e o emprego de signos, ou seja, a significação. Essa é uma das teses principais dessa teoria – a possibilidade de criação pelo homem em sua vida social de sistemas complexos de signos, sem os quais seriam impossíveis a atividade laboral e a própria vida social. "Entre todos os sistemas de relação social o mais importante é a linguagem" (VIGOTSKI, 2003, p. 86).

É no significado que o pensamento e a linguagem se unem formando o pensamento verbal e o conceitual. Nesse sentido é que se podem encontrar respostas às indagações sobre as características das relações entre o pensamento e a linguagem. Para ele, o significado da palavra é a unidade entre o pensamento e a linguagem. Assim se refere ao significado da palavra:

3 A referência a Vigotski será realizada, neste artigo, conforme foi grafada na edição das referências utilizadas: Vygotski e Vigotski.

> […] é uma unidade indecomponível de ambos os processos e não podemos dizer que ele seja um fenômeno da linguagem ou fenômeno do pensamento. A palavra desprovida de significado não é palavra, é um som vazio. Logo o significado é um traço constitutivo indispensável da palavra. […] o significado da palavra não é senão uma generalização ou conceito. Generalização e significado da palavra são sinônimos. Toda generalização, toda formação de conceitos é o ato mais específico, mais autêntico e mais indiscutível de pensamento. Consequentemente, estamos autorizados a considerar o significado da palavra como um ato do pensamento (VIGOTSKI, 2010, p. 398).

A linguagem e o pensamento são dois tipos de atividade social, diferentes, tanto pela sua natureza quanto pelas suas características especificas, que se unem. A palavra é essencial para o pensamento e é a forma material da existência do conhecimento. A linguagem é um dos sistemas de mediação das funções psicológicas superiores e surge como um instrumento de comunicação e planejamento. É justamente por causa da função comunicativa da linguagem que o indivíduo, usando-a como instrumento do pensamento, apropria-se do mundo externo, domina o seu comportamento e influi no dos outros.

Como sendo parte mediadora da atividade humana, Vygotski (2001) aponta outros sistemas de signos e linguagem. Entre esses instrumentos psicológicos, o autor inclui os sistemas de numeração, a linguagem algébrica, os mapas e os desenhos. No mundo contemporâneo, com o crescimento exponencial dos produtos da cultura, das tecnologias da informação e dos dispositivos móveis, estamos assistindo a uma multiplicação dos mediadores culturais. Mesmo neste contexto, a linguagem algébrica continua a ser um poderoso sistema de signos mediacionais das funções psicológicas superiores dos sujeitos na escola, permitindo a apropriação dos conhecimentos matemáticos e a potencialização do desenvolvimento intelectual e humano dos alunos da Educação Básica. A álgebra é tão importante quanto a linguagem escrita, pois ambas produzem processos de simbolização de alto nível, incidindo assim no desenvolvimento intelectual do aluno.

Ao afirmar que suas investigações mostram que a linguagem escrita é mais abstrata que a oral, o autor considera a linguagem escrita a álgebra da linguagem, e explica:

> A situação da linguagem escrita é uma situação que exige da criança uma dupla abstração: do aspecto sonoro e do interlocutor. A investigação mostra que é aí que reside a segunda das principais dificuldades com que tropeça o aluno ao assimilar a linguagem escrita. Evidentemente, uma linguagem sem som real, que a criança imagina e pensa, que exige simbolização dos sinais sonoros, isto é, uma simbolização de segundo grau, deverá ser tão difícil com relação à linguagem oral quanto o é para a criança, a álgebra com relação à aritmética. A linguagem escrita é precisamente a álgebra da linguagem. Porém do mesmo modo que o domínio da álgebra não repete a aprendizagem da aritmética, senão que constitui um plano novo e mais elevado de desenvolvimento do pensamento matemático abstrato, que reestrutura e eleva a um grau superior o pensamento aritmético estabelecido anteriormente, exatamente igual, a álgebra da linguagem ou linguagem escrita introduz a criança no plano abstrato mais elevado da linguagem, reestruturando com ele o sistema psíquico da linguagem oral estabelecido anteriormente (VYGOTSKI, 2001, p. 229-230, tradução nossa).

Essas considerações foram fundamentais para a presente pesquisa, pois nela buscaram-se indícios dos significados atribuídos ao conceito de polinômio por alunos de 8º ano do ensino fundamental, nessa relação dialética entre pensamento e linguagem, entre atividades de ensino e de aprendizagem. O desenvolvimento histórico da álgebra mostra que os significados a ela atribuídos foram sendo construídos historicamente pela humanidade, portanto cabe à escola e, especificamente, aos professores de matemática organizar as atividades de ensino para que esses significados sejam partilhados e o aluno possa internalizá-los e ampliá-los em sua trajetória escolar.

3 Concepções de álgebra e os significados de polinômios na matemática escolar

A álgebra é um importante campo da matemática e, por consequência, da matemática escolar. Entretanto não é fácil definir álgebra e estabelecer seus limites e sua abrangência. Assim se expressa Zalman Usiskin, um educador matemático norte-americano:

> Já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de problemas, mas também é mais, ela é mais que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo (USISKIN, 1995, p. 21).

Para esse pesquisador, a concepção de álgebra no ensino está diretamente relacionada ao papel que é conferido às variáveis, e lembra que as concepções de variáveis mudam com o tempo. As finalidades do ensino de álgebra, as concepções que temos sobre ela e a utilização das variáveis são itens intrinsecamente relacionados. "*As finalidades da álgebra* são determinadas por, ou relacionam-se com concepções diferentes *da álgebra* que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos *usos das variáveis*" (USISKIN, 1995, p. 13, grifos do original).

Nessa perspectiva, o autor estabelece quatro concepções de álgebra: a álgebra como aritmética generalizada; a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver problemas; a álgebra como estudo de relações entre grandezas; a álgebra como estudo das estruturas. Porém, essas concepções não se constituem em algo rígido, transformam-se uma em outra, conforme o contexto em que se situam.

A álgebra pode também ter uma concepção como linguagem, principalmente no ensino fundamental, no qual ela aparece como a "parte da matemática na qual se estuda o emprego de letras para representar os números" (SOUZA; PATARO, 2012, p. 96). Há uma ênfase, nessa concepção, no trabalho com expressões algébricas, sendo essa temática designada em muitos programas e livros didáticos como *cálculo algébrico*, um conjunto de regras de transformação, envolvendo monômios, polinômios, frações algébricas e processos de resolução de equações do primeiro e do segundo grau e de sistemas de equações. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). O objeto central são os símbolos, e a manipulação dos símbolos e das expressões é o foco do trabalho em álgebra nessa concepção.

Essa ênfase no desenvolvimento de um simbolismo em detrimento do pensamento ao qual se relaciona é discutida por pesquisadores em educação, que determinam que não há uma subordinação da linguagem ao pensamento e vice-versa:

> Acreditamos subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética, o que nos obriga, para melhor entendê-la, colocar as questões de quais seriam os elementos caracterizados de um tipo de pensamento que poderia ser qualificado como algébrico (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 85).

Os elementos que distinguem o pensamento algébrico, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87), são “a percepção de regularidades, a percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, as tentativas de expressar ou explicar a estrutura de uma situação problema e a presença do processo de generalização”.

Para Lins e Gimenez (2001, p. 137): “A atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra”. Para adquirir uma sólida compreensão, é necessário que o aluno tenha adquirido um conhecimento aprofundado, desenvolvendo o conceito algébrico, ou seja, apropriando-se de seu(s) núcleo(s).

Ainda que a linguagem algébrica simbólica represente algo fundamental para o desenvolvimento da matemática, aos símbolos algébricos desprovidos de significado, podemos aplicar o que disse Vigotski (2010, p. 398) em relação à palavra, citado anteriormente, “A palavra desprovida de significado não é palavra, é um som vazio”. Na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, compreende-se que a educação algébrica passa necessariamente pela produção de significados pelo estudante, os quais, para Vigotski (2009), não são únicos e nem imutáveis.

O sujeito se apropria do pensamento algébrico e da linguagem algébrica, que lhe possibilitam resolver situações-problema e atingir níveis superiores de pensamento. Dessa forma, pode-se entender que a generalização sobre dados e relações matemáticas e a construção do pensamento teórico nesse campo é o cerne do raciocínio algébrico e pode ser expressa por meio de símbolos, ou melhor, signos, ou seja, por uma linguagem. Segundo Vigotski (2009), generalização e significado da palavra são sinônimos.

Os conceitos matemáticos são, na sua essência, abstratos, sendo necessário utilizar capacidades cognitivas de ordem superior para interiorizá-los. Assim, a organização de seu ensino supõe ter clareza dos conceitos a serem trabalhados, pois é objetivo do ensino nesse nível o desenvolvimento do pensamento teórico. “Formar um conceito significa reproduzir mentalmente seu conteúdo, bem como compreender sua essência” (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 95).

De acordo com esses autores, apoiados em Davydov (1982) e Kopnin (1978), o pensamento teórico tem nexos internos, a que chamam de nexos conceituais. Esses nexos internos estão ligados ao movimento lógico-histórico do objeto estudado. Os *nexos conceituais*, em consonância com Davydov (1982), são a base da formação do conceito, pois, na sua estrutura, possuem as ramificações, envolvendo o lógico, a história, as abstrações e a formalização do pensamento. A partir dessas ideias, buscou-se mapear o conceito de polinômio, buscando estabelecer esses nexos, a partir das concepções de álgebra, que foram historicamente construídas.

Figura 1 – Um mapeamento do conceito de polinômio

Fonte: elaborada pelas autoras, 2015.

Os nexos conceituais de polinômios, esquematizados na Figura 1, foram pensados de forma atrelada, inicialmente, à resolução de problemas por meio de equações, nas quais o polinômio aparece como uma expressão envolvendo a incógnita e as condições da situação dada. Segundo Panossian (2013), historicamente, está na origem dos polinômios o desejo de desvencilhar as equações dos problemas que as geraram, na busca de métodos gerais para resolvê-las, isto é, no estabelecimento de formas canônicas para as equações.

Outro nexo conceitual dos polinômios está atrelado ao cálculo algébrico, isto é, como um objeto para o qual se definem operações e propriedades. Nesse sentido, tem o significado de uma estrutura algébrica, ainda que, na escola básica, não seja caracterizado como tal, nas propostas curriculares e nos livros didáticos de matemática. Essa preocupação esteve muito presente na época do Movimento da Matemática Moderna. Ao surgirem como expressão que traduz a fluência e a interdependência, ideias fundamentais do conceito de função, segundo Caraça (1984), os polinômios têm o significado de funções, isto é, expressam relação entre variáveis.

Bem próximo do nexo conceitual anterior está o de polinômio como expressão de uma regularidade, isto é, a generalização de um padrão, que pode ser um padrão geométrico ou aritmético. Assim, a apropriação dos significados de polinômios pelos alunos do Ensino Fundamental, objeto deste estudo, está ancorada nas diversas concepções algébricas apresentadas anteriormente, as quais expressam o movimento lógico e histórico desse conceito.

No Ensino Fundamental, a formação do conceito de polinômio tem tido um enfoque diferente do apresentado no Ensino Médio. No Ensino Fundamental, é abordado com ênfase no cálculo algébrico, como sendo a soma de monômios. No entanto, no Ensino Médio, é formalizado a partir do conceito de função. O conceito científico de polinômio é dado por:

> Um *polinômio* é uma expressão formal do tipo
> p(X) = anXn + a n-1Xn-1 + …a1X + a0
> onde (a0, a1,…, an) é uma lista ordenada de números reais e x é um símbolo (chamado uma indeterminada), sendo Xi uma abreviatura para X. X. …. .X (i fatores). Em essência, o polinômio p(X) é o mesmo que a lista ordenada dos seus coeficientes (LIMA *et al*., 1996, p. 158).

Como para cada valor de X, que é um número real Xi, corresponde um único número p(Xi), também pertencente ao conjunto dos números reais IR, podemos falar que o polinômio é uma função do conjunto IR em IR, definida por:

P(x) = anxn + a n-1xn-1 + … a1x + a0.

Analisando a definição formal dada aos polinômios, como uma função, percebe-se que ela tem subjacente a concepção de álgebra como estruturas algébricas, pois, para os polinômios, assim definidos, podem-se estabelecer a igualdade, a soma e a multiplicação e a concepção como equação, quando se faz p(X) = 0. Entende-se, assim, que a essência do conceito de polinômios está no conceito de função.

4 Aspectos metodológicos

Para o desenvolvimento da pesquisa de campo, foi utilizado o experimento didático-formativo na abordagem histórico-cultural, observando o que recomenda Libâneo (2009, p. 73), ao situar a pesquisa em didática como “o que se busca na investigação em didática é a determinação das condições ótimas de transformação das relações que o aprendiz mantém com o saber, ou seja, a mediação docente da aprendizagem”. É, portanto, um tipo de pesquisa didática com foco na aula, isto é, nas relações entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem.

O experimento formativo tem as suas origens no trabalho experimental de Vigotski (1896-1934), e no campo do ensino foi implementado por seus seguidores, dentre eles, Zankov (1901-1977) e Davydov (1930-1998), que realizaram grandes experimentos na União Soviética, no século XX. No Brasil, tem sido utilizado como metodologia de pesquisa nas duas últimas décadas por pesquisadores ligados a essa perspectiva teórica.

Segundo Freitas (2009, p. 3), “o experimento didático-formativo é um modo de pesquisar a atividade de ensino do professor, em relação dialética com a atividade de aprendizagem do aluno no contexto da aula". Ainda que o termo "experimento" tenha uma representação ancorada em pressupostos positivistas de pesquisa, na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, não se está testando uma relação de causa e efeito, mas uma relação dialética entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento do aluno.

> O experimento didático-formativo visa analisar mudanças qualitativas no pensamento do sujeito em função de seu aprender e a partir de certo modo de ensinar. As mudanças são investigadas como processos inseparáveis do aprendizado e decorrentes da realização de uma tarefa. A tarefa e seus passos estruturam-se em torno de determinado conceito científico a ser aprendido (FREITAS, 2010, p. 6).

O conceito científico, objeto de ensino-aprendizagem na pesquisa, é o de polinômio, que norteou a elaboração das tarefas. O experimento didático-formativo se estruturou em tarefas de ensino que tiveram o objetivo de propiciar ao educando uma aprendizagem que conduzisse à apropriação dos significados de polinômio, a partir de seus nexos conceituais, mapeados inicialmente, como mostrado anteriormente (FIGURA 1), e com recursos didáticos diversificados.

Para planejar as atividades de ensino, considerou-se que a atividade humana, de acordo com Leontiev (2001), envolve uma composição de elementos que se interligam e se transformam um em outro: elementos estruturais de orientação, que são a *necessidade*, o *motivo*, o *objeto*, a *finalidade*; e elementos que estão correlacionados à execução da atividade, que são as *ações* e as *operações*. Assim, a atividade humana estrutura-se nesses elementos, não de forma linear e independente, mas constituindo um sistema:

> A *atividade*, definida por seu *objeto*, fundamenta-se numa necessidade humana representada pelo *motivo*, que excita a execução da *ação*. Esta, por sua vez, vincula-se ao objetivo da atividade, que se liga diretamente ao objeto da mesma, e que por isso é estável. Diante das *condições* de execução das ações, as *operações* estabelecem-se como funções automatizadas, que concretizam o objetivo da atividade (BERNARDES, 2012, p. 49-50, grifos do original).

A necessidade se liga diretamente ao objeto e é fruto da relação entre o homem e o mundo. Assim, a atividade depende do motivo, de modo que não há atividade sem motivo. São os motivos que conduzem o sujeito a ações conscientes que correspondem aos objetivos da atividade. A ação é baseada em certos métodos, ou seja, condições que são chamadas de operações. São as operações que concretizam o objetivo da atividade. De modo geral, essa concepção da estrutura da atividade humana orientou a elaboração das atividades de ensino na presente investigação.

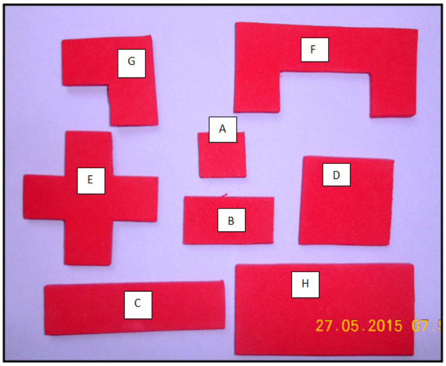
O experimento didático, ora apresentado, foi realizado numa escola municipal em Uberaba (Minas Gerais), com uma turma de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, no segundo semestre de 2014, com o desenvolvimento de quatro atividades de ensino, cada uma delas se desdobrando em várias tarefas/ações, em um total de quinze aulas, gravadas em vídeo e áudio. As atividades foram realizadas sempre em grupos, em número de cinco. Além das falas, os registros dos alunos também se constituíram em dados de pesquisa. É preciso registrar que esses alunos já haviam estudado polinômios nas aulas de matemática naquele ano.

Os registros das falas e as produções escritas dos alunos foram analisados à luz da teoria que fundamentou a pesquisa, a Teoria Histórico-Cultural, para identificar os significados de polinômios compartilhados e apropriados durante o experimento. As ações dos alunos, trabalhando em grupos, foram mediadas pelas atividades de ensino da professora-pesquisadora, observadas e analisadas para identificar elementos de organização do pensamento e da aprendizagem. Assim, a análise teve como foco principal a identificação de situações de aprendizagem e as evidências de apropriação de significados de polinômios pelos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Neste artigo, apresenta-se uma tarefa de cada atividade.

5 Trabalhando o significado de polinômio na perspectiva de estrutura algébrica - o quebra-poli

Na atividade proposta, visando à apropriação do significado de polinômio na perspectiva de estrutura algébrica, empregou-se um quebra-cabeça pensado pelas pesquisadoras, que foi chamado de *Quebra-Poli*. É formado por vinte e quatro peças, sendo elas: cinco quadradinhos (A), dois quadrados (D), seis retângulos menores (B), quatro retângulos médios (C), um retângulo maior (H), quatro peças formando L (G), uma cruz (E) e uma figura convexa (F). Algumas peças do *Quebra-Poli* possuem uma relação de equivalência. Por exemplo, quatro quadradinhos equivalem a um quadrado maior; cinco quadradinhos equivalem à peça em cruz; um retângulo maior equivale a dois menores ou a quatro quadrados.

Figura 2 – Peças do *Quebra-Poli*

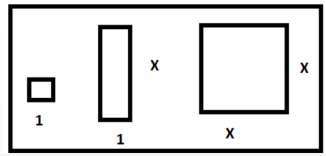


Fonte: acervo das autoras, 2015.

Após o primeiro momento, em que os alunos manusearam o quebra-cabeça, montando-o livremente, partiu-se para a segunda etapa: distribuindo a primeira tarefa a ser realizada pelos grupos. Essa atividade não estava relacionada ao Quebra-Poli e tinha o objetivo de explorar o cálculo do perímetro e da área de retângulos.

Figura 3 – Tarefa 1: polinômio na perspectiva de estrutura algébrica

Analise as seguintes peças e as medidas de seus lados:



Encontre a área total dessas peças: A(x)=

O resultado encontrado dessa operação algébrica representa um polinômio. E esse polinômio é de uma só variável. O grau desse polinômio é igual a 2.

Escolha mais peças, monte a figura e escreva a área total, então B(x) =

Acrescente mais peças e escreva a área total, C(x)=

Vamos atribuir um valor a x,___, qual será o resultado?

Fonte: elaborada pelas autoras, 2015.

Essa tarefa suscitou várias dúvidas, exigindo uma intervenção maior da pesquisadora. Em razão de ela envolver o cálculo da área de três peças estipuladas, muitos alunos começaram a perguntar como deveriam proceder. A atividade mobilizou os alunos, constituindo-se em desafio. Criou-se uma necessidade para os alunos e os motivos para a apropriação da atividade. Então, foi necessário retomar conceitos geométricos que seriam necessários para sua execução, os conceitos de perímetro e de área de figuras geométricas e o cálculo dessas medidas para o quadrado e o retângulo. Iniciou-se a mediação, procurando fazer questões de modo a conduzir o pensamento do aluno. A primeira questão feita foi:

> Pesquisadora: Qual seria a área de um quadrado de lado igual a uma unidade de medida?
> Todos os alunos souberam responder, sendo uma unidade de área.
> Pesquisadora: Qual seria a área da figura retangular, se um lado tem uma unidade de medida e o outro, x unidades de medida?
> A sala ficou em silêncio. Então a pesquisadora explicou o conceito de área de um retângulo e apresentou o resultado.
> Pesquisadora: Qual é a área do quadrado?
> Aluno: É só multiplicar um lado pelo outro.
> Pesquisadora: Qual é a área desse quadrado de dimensão x unidades de medida?
> Alguns alunos arriscaram, falando "*2x*"; outros, "*x vezes x*".

Então a pesquisadora interveio, explicando a operação de adição e multiplicação envolvendo polinômios. Pela explicitação do pensamento e da linguagem algébricos pelos alunos, percebeu-se que o significado de variável ainda não está formado de maneira satisfatória, o que interferiu no trabalho com os significados de polinômios, o que corrobora o pensamento de Vygotski (2001) de que o simbolismo da álgebra representa um grau de abstração mais elevado.

Na segunda atividade proposta, o aluno deveria encontrar os polinômios referentes à área e ao perímetro das figuras que compunham o quebra-cabeça, considerando que o lado do quadrado menor estava representado por x + 1. São apresentadas a seguir as produções de dois grupos, observando que os grupos não usaram as mesmas letras que foram indicadas na Figura 2:

Figura 4 – Produção do Grupo 1

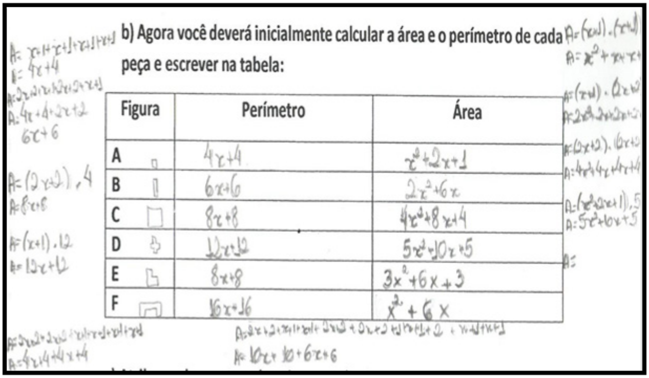
Figura	Perímetro	Área
A	$x+1+x+1+x+1+x+1=4x+4$	$x+1 \cdot x+1 = x^2+1$
B	$2x+2+2x+2+2x+2+2x+2=16x+16$	$2x+2 \cdot 2x+2 = 4x^2+4$
C	$4x+4+2x+2+4x+4+2x+2=24x+24$	$4x+4 \cdot 2x+2 = 8x^2+8$
D	$2x+2+2x+2+2x+2+2x+2=16x+16$	$2x+2 \cdot 2x+2 = 4x^2+4$
E	$x+1+x+1+x+1+x+1+x+1+x+1+x+1+x+1+x+1+x+1+x+1+x+1=12x+12$	$x+1 \cdot x+1 = x^2+1$
F	$2x+2+4x+4+2x+2+2x+2=20x+20$	$2x+2 \cdot 4x+4 = 8x^2+8$
G	$2x+2+2x+2+x+1+x+1+x+1+x+1=12x+12$	$2x+2 \cdot 2x+2 = 4x^2+4$

Fonte: elaborada pelas autoras, 2015.

Observando os registros do Grupo 1, percebe-se que os alunos associam corretamente as medidas dos lados de algumas figuras e conseguem expressar o seu perímetro, porém, de outras, não. No cálculo da área, indicam algumas operações corretamente, porém não usam os parênteses ao escrever as medidas; por conseguinte, não utilizam a propriedade distributiva para o cálculo, chegando a respostas que não expressam corretamente o seu valor. Refletindo sobre esses dados, pode-se inferir que o significado de polinômio na perspectiva de álgebra como estrutura algébrica não é algo que se efetiva pela simples resolução de exercícios, envolvendo as operações. É uma complexa rede sintática e semântica que demanda ir além do cálculo algébrico, porque envolve regras para a construção das expressões, com o uso de sinais, como os parênteses, para pontuá-las, assim como envolve os significados que são atribuídos às letras e ao conjunto delas na expressão. Porém, como afirma Vigotski (2010), os significados não são imutáveis e podem se ampliar e se aprofundar até atingir o nível de um conceito.

O Grupo 2, cujos registros estão a seguir, desenvolveu as operações na folha, escrevendo corretamente a maioria dos polinômios, tanto os referentes ao perímetro como à área, exceto para a peça convexa indicada por F e para a área da peça B do *Quebra-Poli*. Dessa forma, houve indícios de que os alunos desse grupo apresentam apropriação do significado de polinômios e de suas operações no contexto geométrico apresentado.

Figura 5 – Produção do Grupo 2



b) Agora você deverá inicialmente calcular a área e o perímetro de cada peça e escrever na tabela:

Figura	Perímetro	Área
A	$4x+4$	x^2+2x+1
B	$6x+6$	$2x^2+6x$
C	$8x+8$	$4x^2+8x+4$
D	$12x+12$	$5x^2+10x+5$
E	$8x+8$	$3x^2+6x+3$
F	$16x+16$	x^2+6x

Fonte: acervo das autoras, 2015.

Dessa forma, o professor, ao desenvolver a atividade de ensino, em relação dialética com a atividade de aprendizagem, atenta para as apropriações feitas, em vez de focar simplesmente o acerto ou o erro, buscando identificar em que nível os alunos estão. É possível perceber, ainda, nos registros nas laterais que eles usaram as equivalências entre as figuras para o cálculo da área.

Essa atividade tinha o objetivo de trabalhar o significado de polinômio, que estaria presente nas expressões do perímetro e da área, no movimento entre o pensamento e a linguagem algébrica. Para desenvolvê-la, muitos conceitos estavam envolvidos, formando uma rede, como os conceitos de número, de variável, de operações aritméticas, geométricas e algébricas, estando presentes os pensamentos algébrico, aritmético e geométrico. Apesar de cada um deles possuir suas características próprias, inter-relacionam-se na resolução de problemas.

6 Trabalhando o significado de polinômio da perspectiva da relação entre variáveis e da equação para a resolução de uma situação dada

Nessa atividade, foram elaboradas três situações-problema, visando explorar o significado de polinômio, ligado à resolução de problemas, envolvendo a relação entre variáveis e a resolução de equações, das quais será apresentada uma.

Segundo Davydov (1988), para a apreensão de um conceito, é importante o movimento do plano mental para a realização de ações no plano externo e vice-versa. A resolução de problemas, envolvendo equações, insere-se nesse movimento na apreensão de significados para os polinômios. E, ainda, segundo Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 35), ao final do século XX e início do século XXI, “há uma crescente valorização da perspectiva que concebe a álgebra como uma ferramenta para a resolução de problemas".

Figura 6 – Tarefa: polinômio na perspectiva de relação entre grandezas

Em um estacionamento são cobradas as seguintes tarifas:

Pela 1ª hora (ou fração): R$ 3,00

Pela 2ª hora (ou fração): R$ 2,00

O proprietário quer criar uma expressão algébrica, ou um modelo, para facilitar o cálculo do preço a pagar. Pensou em chamar de x o número de horas (inteiras ou fração) que o carro permaneceu no estacionamento. Responda:

a) Escreva a expressão algébrica adequada para essa situação, que permita encontrar o preço a pagar. Há nessa expressão um polinômio?
b) Teste o seu modelo, considerando que o carro lá permaneceu por 5 horas:
c) Uma pessoa pagou R$ 27,00. Quantas horas ficou estacionada?
d) O funcionário cobrou de uma pessoa R$30,00. A pessoa não concordou e não quis pagar esse valor. Quem está com a razão?

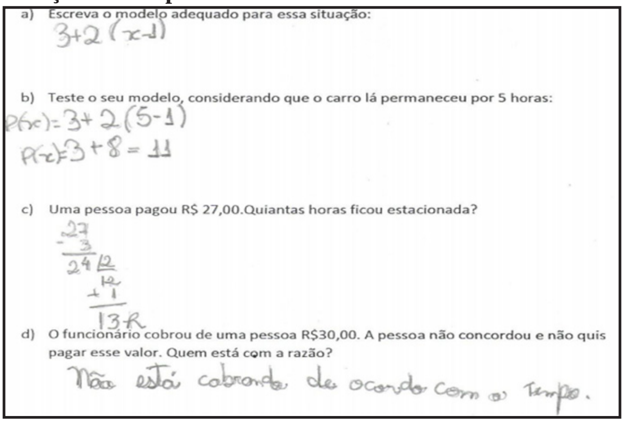
Fonte: elaborada pelas autoras, 2015.

O diálogo a seguir mostra a aluna AN empregando uma lógica aritmética indutiva para solucionar o problema, mas foi capaz de perceber que o primeiro polinômio escrito estava errado, pois não conduzia à resposta correta para 2 horas, propondo outro modelo. Esse polinômio traduz o preço em função do número de horas.

> Aluna AN – Uma hora 'paga-se' 3 reais. Então, duas horas, ele pagará 5 reais.
> Pesquisadora: Por quê?
> Aluna AN – Se uma hora é 3 reais e 2 horas ele pagará 2 reais, então ao todo serão 5 reais. Mas se ficar 3 horas no estacionamento, gastará 3 mais 2, mais 2, então 7 reais. Se 'for' 4 horas, então vamos somar mais 2 reais a cada hora.
> Pesquisadora – Muito bem, mas como podemos escrever essa expressão para qualquer hora?
> Aluna AN – Ah!!! Se primeira hora são 3 e depois é 2 então… Sempre temos que considerar essa hora para todo… Ai, professora, deixa eu pensar… Hum, sempre vai ser 3 mais 2 vezes x.
> Pesquisadora – O que x representa?
> Aluna AN – Uai, o número de horas.
> Pesquisadora – Isso mesmo… muito bem, então como poderíamos escrever essa expressão algebricamente?
> Aluna: AN – 3 + 2x… É isso?
> Pesquisadora – Vamos verificar se está certo? Substituindo o x por 2, pagaria quanto?
> Aluna AN – 3 + 2.2 ficaria igual a 3 + 4 = 7. Estou errada, se ele ficar duas horas, ele deveria pagar somente 5 reais…
> Pesquisadora – Então aonde está o seu erro?
> Aluna AN – Já sei!!! É porque contou duas vezes a hora e devemos retirar a primeira hora, então acho que ficará… Uh!!! 3 + 2 (x - 1), é isso?
> Pesquisadora – Vamos verificar se acertou. Se ficar duas horas será 3 + 2 (2 - 1), então 3 + 2.1 = 5.
> Aluna AN – Oba!!! Acertei…

Nesse diálogo, é possível constatar a importância da mediação da professora pesquisadora para a aprendizagem do aluno. A resolução de problemas é um facilitador da aprendizagem, pois existem várias estratégias para chegar ao pensamento e à linguagem algébrica, ela envolve a descoberta de padrões que contribuem para o desenvolvimento dos nexos conceituais. Essa situação demostrou que a aluna desenvolveu o pensamento algébrico, porque houve evidências de generalização, a partir da mediação da professora. A seguir, apresenta-se a produção de um dos grupos:

Figura 7 – Produção do Grupo 4



a) Escreva o modelo adequado para essa situação:

$3+2(x-1)$

b) Teste o seu modelo, considerando que o carro lá permaneceu por 5 horas:

$P(x) = 3 + 2(5-1)$

$P(x) = 3 + 8 = 11$

c) Uma pessoa pagou R$ 27,00.Quiantas horas ficou estacionada?

$27 - 3 = 24$; $24 \div 2 = 12$; $12 + 1 = 13$ R

d) O funcionário cobrou de uma pessoa R$30,00. A pessoa não concordou e não quis pagar esse valor. Quem está com a razão?

Não está cobrando de acordo com o tempo.

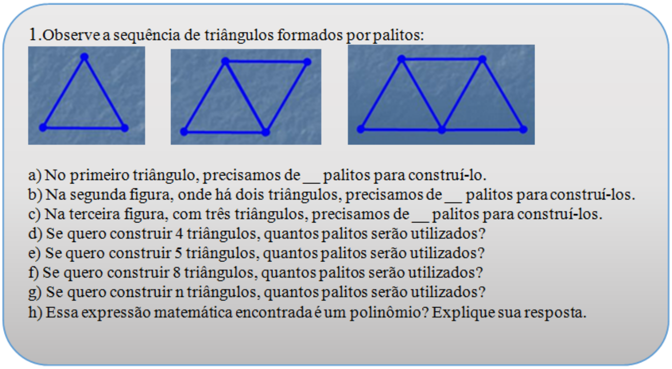
Fonte: acervo das autoras, 2015.

Ao se analisar a resposta do Grupo 4, pode-se observar que os alunos escreveram corretamente o polinômio para a situação. Entretanto, para resolver o item c, recorreram a uma solução aritmética, o que demonstra um pensamento que, ainda, não é reversível, isto é, dado o número de horas, utilizaram o modelo para encontrar o preço, mas, dado o preço, não usaram o modelo para achar o número de horas. Os demais grupos utilizaram o polinômio obtido para resolver os itens c e d, ainda que nenhum tenha indicado que o preço era igual ao polinômio escrito, ao responder ao item a.

7 Trabalhando o significado de polinômio da perspectiva da generalização de padrões

O processo de generalização é a consolidação do raciocínio algébrico, pois, na perspectiva de Vigotski (2010), generalização é sinônimo de significado, uma forma indiscutível de pensamento. Nesta atividade, foram propostas quatro sequências de padrões geométricos que pudessem ser generalizadas por meio de um polinômio, a partir da observação das regularidades. Para desenvolver essa tarefa, era necessário que o aluno percebesse a regularidade das sequências encontradas, buscando um polinômio para expressá-la. A seguir, apresenta-se uma delas:

Figura 8 – Tarefa: polinômio na perspectiva da generalização de padrões


1.Observe a sequência de triângulos formados por palitos:

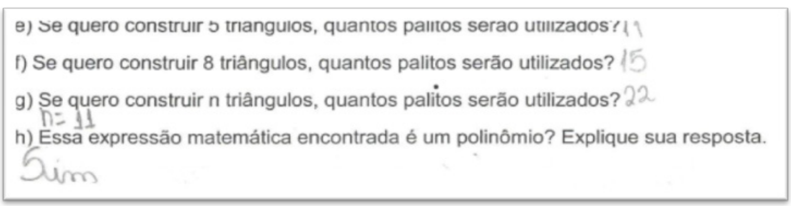
a) No primeiro triângulo, precisamos de __ palitos para construí-lo.
b) Na segunda figura, onde há dois triângulos, precisamos de __ palitos para construí-los.
c) Na terceira figura, com três triângulos, precisamos de __ palitos para construí-los.
d) Se quero construir 4 triângulos, quantos palitos serão utilizados?
e) Se quero construir 5 triângulos, quantos palitos serão utilizados?
f) Se quero construir 8 triângulos, quantos palitos serão utilizados?
g) Se quero construir n triângulos, quantos palitos serão utilizados?
h) Essa expressão matemática encontrada é um polinômio? Explique sua resposta.

Fonte: elaborada pelas autoras, 2015.

A sequência inicia-se com uma quantidade de objetos dispostos na figura, no caso, palitos, e é construída acrescentando-se novos objetos, conforme um padrão de comportamento da situação. A generalização depende da percepção desse padrão. Assim, esse processo exige do aluno a percepção, como operação mental, das regularidades, das exclusões, das permanências e/ou constância, para escrever um polinômio que traduza a generalidade.

Quanto à realização dessa tarefa, os grupos que ficaram presos à observação empírica responderam corretamente os primeiros itens que se limitavam à contagem, mas não conseguiram acertar os seguintes, porque não atingiram um nível de generalização para o padrão existente, como também não conseguiram aplicar o modelo geral de um polinômio para fazer a generalização, como se pôde observar na produção deste Grupo:

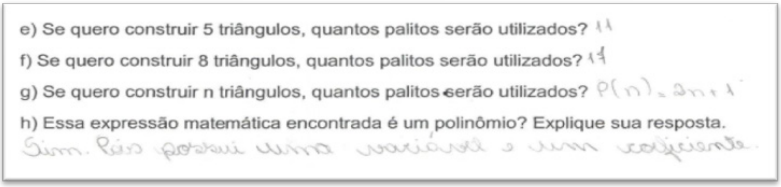
Figura 9 – Respostas do Grupo 2


e) Se quero construir 5 triângulos, quantos palitos serão utilizados? 11
f) Se quero construir 8 triângulos, quantos palitos serão utilizados? 15
g) Se quero construir n triângulos, quantos palitos serão utilizados? 22
n= 11
h) Essa expressão matemática encontrada é um polinômio? Explique sua resposta.
Sim

Fonte: acervo das autoras, 2015.

Há indícios de que os outros dois grupos da sala se apropriaram do significado de polinômio associado à generalização do padrão existente na sequência, como se constata na resposta a seguir, escrevendo, inclusive, P(n):

Figura 10 – Respostas do Grupo 3


e) Se quero construir 5 triângulos, quantos palitos serão utilizados? 11

f) Se quero construir 8 triângulos, quantos palitos serão utilizados? 17

g) Se quero construir n triângulos, quantos palitos serão utilizados? P(n) = 2n + 1

h) Essa expressão matemática encontrada é um polinômio? Explique sua resposta.

Sim. Pois possui uma variável e um coeficiente.

Fonte: acervo das autoras, 2015.

A apropriação do significado de polinômios associado à generalização de padrões é uma atividade que exige capacidades psíquicas superiores, como atenção, generalização e abstração, além do conceito de variáveis. Os resultados dessa atividade corroboram considerações de Sousa, Panossian e Cedro (2014) ao discutirem o fato de que não é natural para os estudantes compreenderem a variável *n* como um representante de um conjunto numérico, na situação proposta, o conjunto formado pelo número de triângulos. Por esse motivo, os estudantes têm dificuldades de expressar a relação observada numericamente. Se o conceito geral de variável não estiver formado e, nesse caso, também o conceito geral de polinômios, os alunos terão dificuldades de expressar o que está ocorrendo nessa situação particular. A observação de casos particulares numéricos não garante a indução de uma expressão algébrica.

8 Em síntese

No que se refere à apropriação dos significados de polinômios, há indícios de que ocorreram saltos qualitativos para alguns alunos, pois as atividades procuraram associar os polinômios às diferentes concepções de álgebra, o que possibilitou a ampliação da ideia restrita de polinômio como soma de monômios.

Assim, é possível afirmar que o processo do desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica se caracteriza pelo compartilhamento de significados e pela criação de sentidos, no contexto de busca de uma relação dialética entre eles, como se pôde constatar no desenvolvimento do experimento.

Na realização das atividades propostas, podem-se destacar, ainda, as ações coletivas dos sujeitos envolvidos, nas quais os alunos desenvolveram e compartilharam um objetivo comum. Houve interação e cooperação entre os membros dos grupos – os alunos refletiam, discutiam e argumentavam. Constata-se que houve diálogo e planejamento das ações, entre pesquisadora-alunos, pesquisadora-grupo de alunos e entre alunos-alunos, possibilitando solucionar as atividades propostas. Nessa dinâmica, a mediação da professora-pesquisadora se revelou como aspecto essencial da condução da aprendizagem e do sucesso dos alunos.

Com relação ao experimento didático, especificamente ao planejamento das atividades, pelo fato de os alunos já terem estudado o assunto polinômios, acreditavase que as atividades teriam o objetivo de permitir ampliar o significado construído – polinômio como soma de monômios –, que não evidencia aquilo que é geral. Para esse conceito científico, as ideias de variável, de campo de variação, de interdependência são fundamentais. Como esses conceitos não foram adequadamente desenvolvidos, os alunos não haviam se apropriado deles, o que trouxe dificuldades para a realização de várias tarefas, como indicamos nas análises. Esse fato corrobora o que afirmam os teóricos da perspectiva histórico-cultural: os conceitos se relacionam, constituem uma rede, ou, ainda, um sistema, quando atingem o nível intrapsíquico. Nesse sentido, as atividades devem enfatizar mais o conceito de variável e o de função.

É importante considerar, ainda, que, apesar de o planejamento das atividades ter ocorrido a partir de um referencial teórico consistente, a execução ocorre num contexto, dentro de determinadas condições objetivas, em que estão presentes as contradições próprias das atividades humanas. Portanto, é nesse movimento dialético entre planejamento e execução, entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem, que os resultados devem ser olhados.

Concluindo, fica a proposta de um mapeamento do conceito de polinômio e de atividades, que vai além dos nexos externos desses conceitos, cujo objetivo é permitir o desenvolvimento do pensamento teórico do aluno no campo da álgebra. Quanto ao experimento didático-formativo, o esforço de desenvolver a atividade de ensino em relação dialética com a atividade de aprendizagem do aluno representa uma possibilidade para a pesquisa no campo da didática.

Referências

BERNARDES, M. E. M. *Mediações simbólicas na atividade pedagógica*: contribuição da teoría histórico cultural para o ensino e aprendizagem. 1. ed. Curitiba, PR: CRV, 2012.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Sá da Costa, 1984.

DAVYDOV, V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVYDOV, V. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscou: Progreso, 1988.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar… a Educação Algébrica Elementar. *Pró-Posições*, v. 4, n. 1[10], p.78-91, mar. 1993.

FREITAS, Raquel. A. M. Madeira. *Pesquisa em didática:* o experimento didático-formativo. 2009 (texto de uso didático). Digitado.

FREITAS, Raquel. A. M. Madeira. Pesquisa em didática: o experimento didático formativo. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA ANPED CENTRO-OESTE, 10., 2010, Uberlândia. *Anais*… Uberlândia: Desafio da Produção e Divulgação do conhecimento, 2010. v. 1. p. 1-11.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. O currículo tradicional e o problema: um descompasso. *SBEM – Educação Matemática em Revista*. v. 2, n. 2, p. 5-8, 1994.

KOPNIN, P. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LEE, Lesley. *Early – but wich algebra?* The future of the teaching and learning of algebra. In: ICMI STUDY CONFERENCE, 12., 2001, Melbourne (Austrália). Proceedings… Melbourne: ICMI, 2001.

LEONTIEV, A. N. Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 2001. p. 119-142.

LIBÂNEO, J. C. *Experimento didático como procedimento de investigação em sala de aula* (texto de uso didático). 2009. Digitado.

LIMA, E. L. *et al*. A matemática no Ensino Médio. Rio de Janeiro: SBM, 1996. v. 2.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 2001.

PANOSSIAN, M. L. *O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra*. 2013. 317 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação/DGIDC, 2009.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. *Álgebra para a formação do professor*: explorando os conceitos de equação e de função. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. *Do movimento lógico e histórico à organização do ensino*: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2014.

SOUZA, J. R. de; PATARO, P. M. *Vontade de saber matemática*, 8º ano. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

USISKIN, Z. O que é álgebra da escola média? In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. *As ideias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

VYGOTSKI, L. S. *Obras Escogidas II* (Pensamiento Y Lenguaje). Traducción: José Maria Bravo. 2 ed. Madrid: A. Machado Libros, S. A., 2001.

VIGOTSKI, L. S. *A formação social da mente*: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 5. ed. São Paulo, Martins Fontes, 2003.

VYGOTSKI, L. S. *Obras Escogidas III* (Problemas del desarollo de la psique). Traducción: Lydia Kuper. 2 ed. Madrid: Machado Grupo de Distribución, 2012.

VIGOTSKI, L. S. *Imaginação e criação na infância*. São Paulo: Ática, 2009.

VIGOTSKI, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem.* Tradução Paulo Bezerra. 2. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.

Recebido em: 25/09/2016

Aprovado em: 04/10/2018