

***SISTEMA PARA CONTROLE DE NÍVEL DE LÍQUIDO  
EM UM TANQUE***

***SYSTEM FOR CONTROL OF LIQUID LEVEL IN A TANK***

***FLÁVIA GONÇALVES FERNANDES, ERIVAN DE PAULA  
SANTOS NETO***

**RESUMO**

Dentre as muitas atribuições de um engenheiro, o controle de sistemas é uma tarefa primordial para o sucesso de um negócio. Esse gerenciamento é fundamental para garantir o controle da produção, reduzir custos, evitar prejuízos e visar lucros. No entanto, gerenciar sistemas de controle é um desafio que pode consumir muito tempo do gestor, inviabilizando outras ações de extrema importância para a produtividade e o crescimento da empresa. Para facilitar esse trabalho, o mercado tem desenvolvido e aperfeiçoado softwares que possibilitam esse controle de forma mais simples e funcional. Nessa perspectiva, esse trabalho tem como objetivo utilizar fundamentos de sistemas de controle para manter o nível desejado de um líquido em um tanque. Para isso, também foram inseridos controladores com ações independentes no sistema: do tipo proporcional (P), proporcional-integral (PI), proporcional-derivativo (PD) e proporcional - integral - derivativo (PID), apresentando os resultados obtidos a partir do desempenho do sistema para cada um dos casos, com suas respectivas discussões e conclusões. A partir dos cálculos efetuados e da simulação da planta, observou-se que é possível manter o nível do tanque adotando os princípios de sistemas de controle. Assim, verifica-se que este trabalho é muito útil para empresas que necessitam de estratégias para controle de nível.

**Palavras-chave:** Desempenho; Função de Transferência; Sistema de Controle.

**ABSTRACT**

Among the many duties of an engineer, systems control is a primary task for the success of a business. This management is essential to guarantee production control, reduce costs, avoid losses and profits. However, managing control systems is a challenge that can be very time-consuming for managers, making other actions of extreme importance for the company's productivity and growth unfeasible. To facilitate this work, the market has developed and perfected software that allows this control in a simpler and more functional way. In this perspective, this work aims to use the fundamentals of control systems to maintain the desired level of a liquid in a tank. For this, drivers with independent actions were also inserted in the system: proportional (P), proportional-integral (PI), proportional-derivative (PD) and proportional-integral-derivative (PID), the result of the results obtained from the system performance for each case, with its own conditions and process. From the calculations performed and the simulation of the plant, it was observed that it is possible to

maintain the tank level by adopting the principles of control systems. Thus, it appears that this work is very useful for companies that are related to level control.

**Keywords:** Performance; Transfer Function; Control System.

## INTRODUÇÃO

Um sistema de controle é uma interconexão de vários componentes resultando numa configuração que fornece um desempenho desejado (OGATA, 2011). A descrição do sistema se refere à relação causal entre a entrada e a saída do sistema, em geral, descrita matematicamente através de equações diferenciais, equações de diferença, funções de transferência (LEONARDI, 2010). Assim, o sinal de entrada deve ser controlado tal que o sinal de saída possua um comportamento desejado (NISE, 2002).

Em indústrias que possuem sistemas de controle, muitos fatores podem contribuir para não ser possível se alcançar os objetivos de desempenho: a complexidade do controlador se refere a topologia da estrutura de controle e ao grau dos polinômios utilizados para implementar o controlador; a utilização de estruturas de controle com complexidade polinomial predefinida (BEGA, 2006).

Além disso, usualmente, sistemas de controle sofrem a ação de distúrbios, tais como atrito e folgas, por exemplo. Tais distúrbios podem ser representados como sinais de entrada no sistema que afetam diretamente a planta a ser controlada (LEONARDI, 2010).

Um sistema de controle em malha aberta utiliza um dispositivo atuador para controlar o processo diretamente sem a utilização de realimentação (feedback). Dessa forma, o sistema de controle não sabe qual o valor do sinal de saída (variável controlada). Porém, em malha fechada, a interação entre a entrada e a saída permite realocar os polos e zeros do sistema de tal forma a tentar satisfazer os requisitos desejados (BINGHAM; DAVIES, 2007).

A ideia fundamental do projeto de sistemas de controle é alterar as características do sistema no domínio do tempo e, conseqüentemente, no domínio da frequência através da introdução de um controlador (FIALHO, 2008).

Os modelos de planta utilizados para o projeto de sistemas de controle são apenas aproximações da planta real. Os modelos utilizados são em geral, os mais simples possíveis, optando-se com frequência por modelos lineares invariantes no tempo representados por funções de transferência com polinômios de baixa ordem (NISE, 2002). Para isso, desprezam-se comportamentos não lineares e parâmetros variantes no tempo quando estes não são significativos (CHAPMAN, 2003).

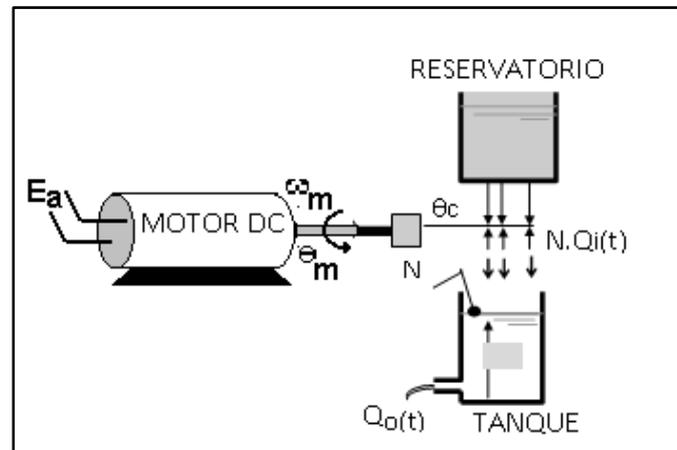
Neste contexto, o objetivo deste trabalho é determinar a função de transferência de uma planta, cujo objetivo é manter o nível do líquido no tanque  $h(t)$  em um valor desejado. Além disso, inseriu-se um controlador com ações independentes no sistema, do tipo proporcional (P), proporcional-integral (PI), proporcional-derivativo (PD) e proporcional - integral - derivativo (PID), apresentando o desempenho do sistema para cada um dos casos e as conclusões.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho foi realizado a partir de simulações computacionais no *software* MATLAB e em uma ferramenta embutida nele, chamada *Simulink*.

O diagrama esquemático apresentado na Figura 1 representa um sistema de controle cujo objetivo é manter o nível do líquido no tanque  $h(t)$  em um valor desejado, utilizando-se, para isso, uma boia como elemento de realimentação. A tensão  $E_a$  aciona o motor, que, por sua vez, comanda um conjunto de válvulas através de um acoplamento por engrenagens, para suprir a vazão de entrada  $Q_i$ . Há  $n$  entradas para o tanque, vindas do reservatório comandadas pelo motor. Todas as válvulas de entrada têm as mesmas características, e são ajustadas simultaneamente em função da rotação do eixo  $\theta_c$ .

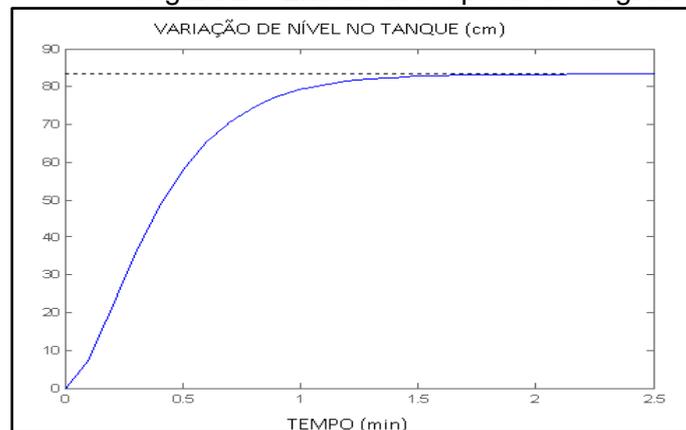
Figura 1 – Sistema para controle de nível do tanque



Fonte: Autoria Própria.

Para determinar experimentalmente um modelo matemático para o sistema composto pelo motor, acoplamento e tanque, foi feito um ensaio de resposta ao degrau, em malha aberta, alimentando o motor de corrente contínua com uma tensão de 100 volts, e a variação de nível foi registrada na Figura 2.

Figura 2 – Ensaio de resposta ao degrau

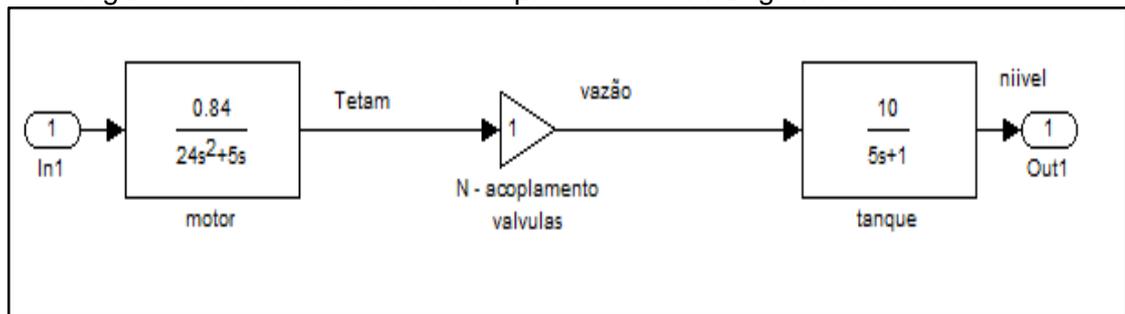


Fonte: Autoria Própria.

Desse modo, observa-se que o gráfico da Figura 2 representa uma função de 1º ordem, com constante de tempo  $\tau = 0.4$  minutos, ganho  $k = 0.83$  e função de transferência do sistema:  $H(s)/Ea(s) = 0.83/0.4s + 1$ .

A Figura 3 mostra a função de transferência do sistema de controle estudado em malha aberta em forma de diagrama de blocos. A sua construção foi feita por meio da ferramenta *Simulink*, contida no MATLAB.

Figura 3 – Sistema de controle representado em diagrama de blocos



Fonte: Autoria Própria.

A função de transferência para o modelo de 2º Ordem (considerando o caso criticamente amortecido) é:

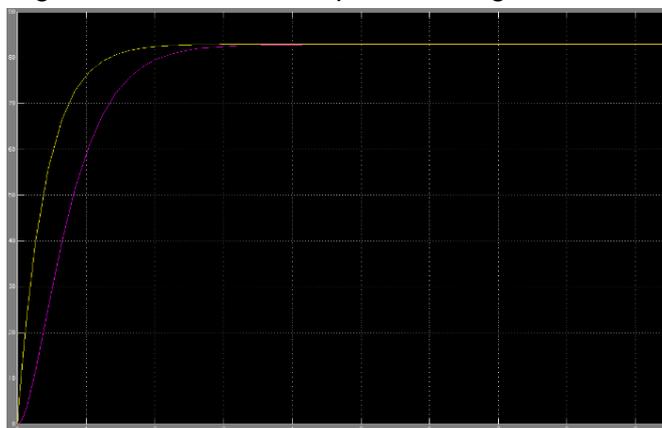
$$H(s)/Ea(s) = 0,83 \cdot 6,25 / s^2 + 5s + 6,25$$

Onde: Fazendo  $S = 0$  o ganho do sistema  $K = 0.83$ .

Assim, como o sistema é criticamente amortecido, os pólos do sistema são reais e iguais a  $-W_n$  e como  $\tau = 1/W_n$ , tem-se que: frequência natural não-amortecida  $W_n = 1/0.4 = 2.5$  e constante de amortecimento  $\zeta = 1$ .

Na Figura 4, pode-se visualizar o gráfico de resposta ao degrau dos sistemas de 1ª e 2ª ordem sem controle proporcional-integrativo-derivativo (PID).

Figura 4 – Gráfico de resposta ao degrau sem PID



Fonte: Autoria Própria.

Através do gráfico da Figura 4, é possível notar que o sistema de 1ª ordem (curva amarela) responde melhor que o sistema de 2ª ordem (curva roxa), uma vez que a constante de tempo do sistema de 1ª ordem é menor e com isso o tempo de acomodação será menor. Quanto ao ganho, os dois sistemas proporcionam o mesmo valor de ganho, ou seja, tanto no sistema de 1ª ordem como no sistema de 2ª ordem o ganho é de 0,83.

É fundamental para o bom desempenho de um sistema de controle a seleção correta do controlador que irá manipular a excitação da planta e, principalmente, a determinação conveniente dos parâmetros desse controlador.

A Figura 5 apresenta a configuração mais comum de um sistema de controle de malha fechada em diagrama de blocos.

Figura 5 – Gráfico de resposta ao degrau sem PID



Fonte: Autoria Própria.

Onde:

**sp**: set-point ou referência;

**mv**: variável manipulada;

**pv**: variável de processo ou controlada;

**e**: variável erro.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Controlador Proporcional

Ao inserir um controlador com ganho proporcional  $K_p$  e a realimentação, obtém-se uma nova função de transferência, que será:

$$H(s)/Ea(s) = (0,83/(0,4s + 1))/(1 + (0,83/(0,4s + 1)) \Rightarrow H(s)/Ea(s) = K_{mf}/\tau_{mf} s + 1$$

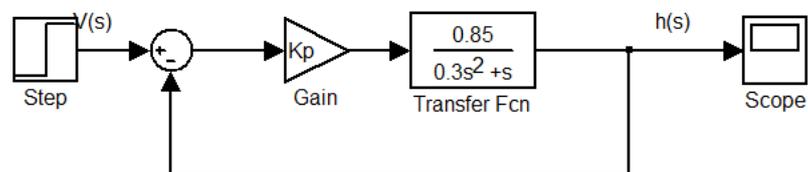
Onde :

$$\text{Ganho de malha fechada: } K_{mf} = 0,83 \cdot K_p / (1 + 0,83)$$

$$\tau \text{ de malha fechada: } \tau_{mf} = 0,4 / (1 + 0,83 \cdot K_p)$$

A Figura 6 exibe a simulação do sistema proporcional em malha fechada.

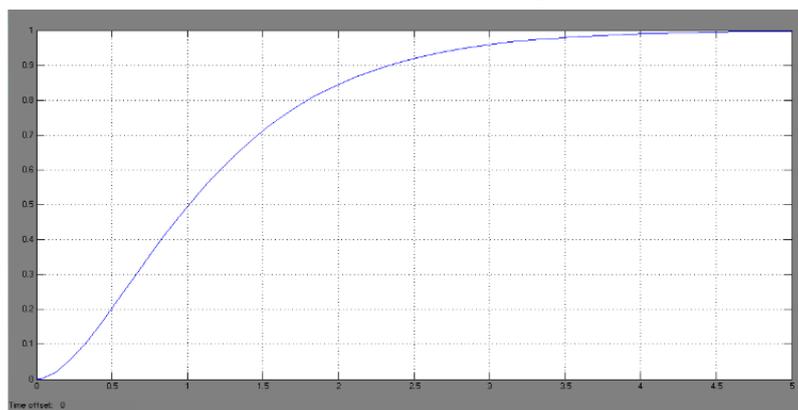
Figura 6 – Sistema proporcional em malha fechada



Fonte: Autoria Própria.

A Figura 7 apresenta a resposta ao degrau do sistema sobre-amortecido para  $K_p = 0.5$  e  $\tau = 5$ , referente à simulação com controlador proporcional em malha fechada da Figura 6.

Figura 7 – Sistema sobre-amortecido com  $K_p = 0.5$  e  $\tau = 5$

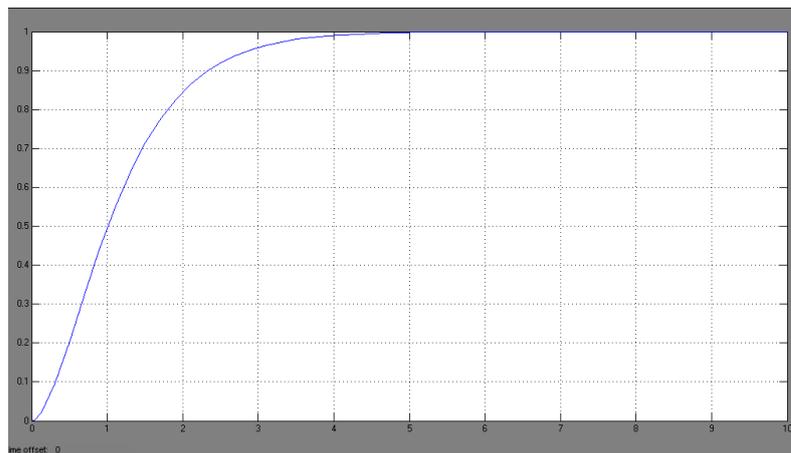


Fonte: Autoria Própria.

Se para  $K_p < 0.98$ , o sistema é sobre-amortecido, consegue-se comprovar isso através da Figura 7, em que  $K_p = 0.5$ . Em  $5\tau$ , o sistema apresentou aproximadamente 73% do *set point* (ou variável de referência).

A Figura 8 mostra a resposta ao degrau do sistema criticamente amortecido para  $K_p = 0.98$  e  $\tau = 5$ , referente à simulação com controlador proporcional em malha fechada da Figura 6.

Figura 8 – Sistema criticamente amortecido com  $K_p = 0.98$  e  $\tau = 5$

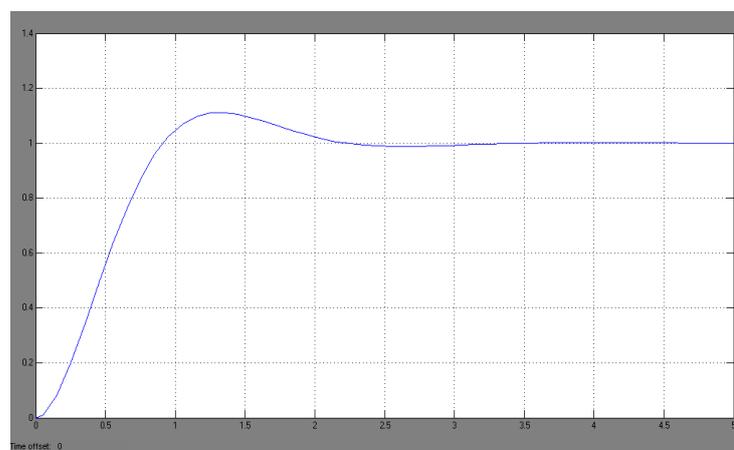


Fonte: Autoria Própria.

Conforme encontrado matematicamente, o valor de  $K_p$  para o sistema crítico é de 0.98 e consegue-se comprovar isso a partir da Figura 8. Em  $5\tau$ , o sistema apresentou aproximadamente 70% da variável de referência (set point).

A Figura 9 apresenta a resposta ao degrau do sistema subamortecido para  $K_p = 3$  e  $\tau = 5$ , referente à simulação com controlador proporcional em malha fechada da Figura 6.

Figura 9 – Sistema sub-amortecido com  $K_p = 3$  e  $\tau = 5$



Fonte: Autoria Própria.

Se para  $K_p > 0.98$ , o sistema é sub-amortecido, consegue-se comprovar isso a partir Figura 9, em que  $K_p = 3$ . Em  $5\tau$ , o sistema apresentou aproximadamente 110% do *set point*.

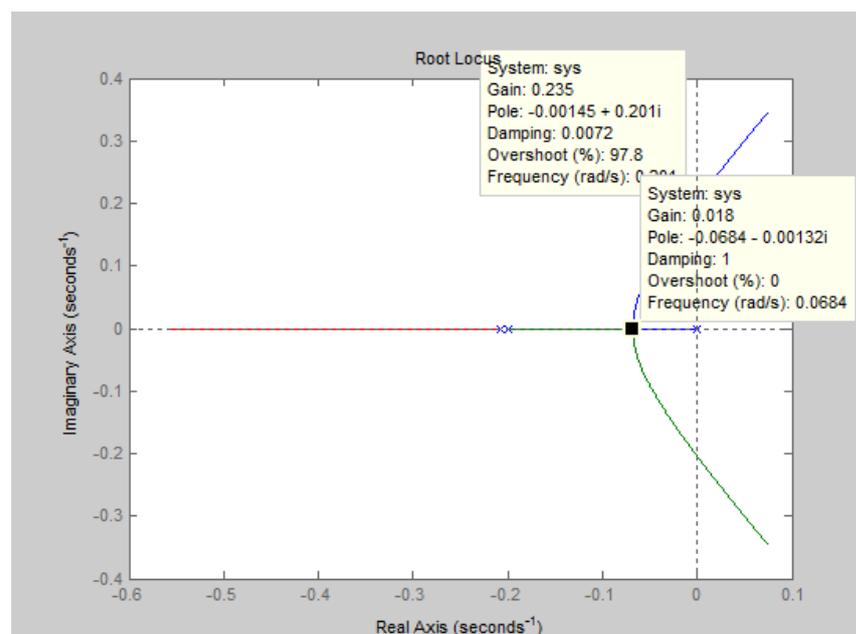
Portanto, conclui-se que ao implementar o controle proporcional P, o erro de regime diminuiu. Porém, não foi possível tirar o erro de regime totalmente do sistema, pois quanto maior o ganho P, maior o *overshoot* e as oscilações no sistema.

Na teoria de controle, o *overshoot* refere-se à uma saída que excede seu valor final de estado estacionário. Para uma entrada por degrau, o percentual do *overshoot* (PO) é o valor máximo menos o valor do degrau dividido pelo valor do degrau (OGATA, 2011).

O Método do Lugar das Raízes (M.L.R.) é uma técnica gráfica que permite visualizar de que forma os polos de um sistema em malha fechada variam quando se altera o valor de um parâmetro específico, que geralmente corresponde ao ganho (OGATA, 2011).

A Figura 10 exibe a plotagem do gráfico para o controlador proporcional utilizando o lugar das raízes.

Figura 10 – Lugar das raízes do sistema proporcional

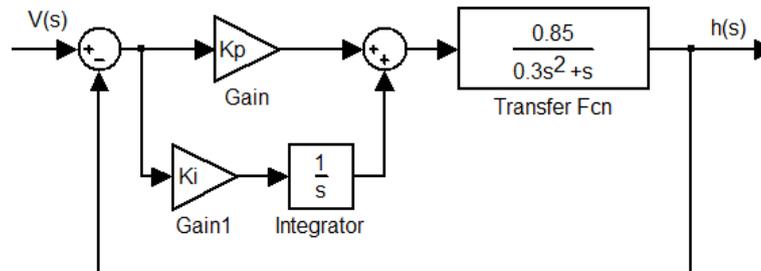


Fonte: Autoria Própria.

### Controlador Proporcional-Integral

A Figura 11 exibe a simulação do sistema proporcional-integral (PI) em malha fechada.

Figura 11 – Sistema PI em malha fechada



Fonte: Autoria Própria.

Calculando a função de transferência do sistema, obtêm-se:

$$\frac{h(s)}{V(s)} = \frac{\frac{Kps + Ki}{s} * \frac{0,85}{0,3s^2 + s}}{1 + \frac{Kps + Ki}{s} * \frac{0,85}{0,3s^2 + s}}$$

$$\frac{h(s)}{V(s)} = \frac{(Kps + Ki) * 0,85}{0,3s^3 + s^2 + (Kps + Ki) * 0,85}$$

$$\frac{h(s)}{V(s)} = \frac{0,85Kps + 0,85Ki}{0,3s^3 + s^2 + 0,85Kps + 0,85Ki}$$

Inserindo um controlador com ganho proporcional-integral e a realimentação, temos que a nova função de transferência será:

$$H(s)/Ea(s) = ((Kds + Ki)/s)(0.83/ (0.4s + 1)) / (1 + ((Kds + Ki)/s)(0.83/ (0.4s + 1)))$$

$$H(s)/Ea(s) = 0.83Kp*s/(0.4s^2 + (1 + 0.83Kp)s + 0.83 Ki) + 0.83Ki/(0.4s^2 + (1 + 0.83Kp)s + 0.83 Ki)$$

Dividindo os termos da equação por 0,4, têm-se:

$$H(s)/Ea(s) = 2.075Kp*s/(s^2 + (2.5 + 2.075Kp)s + 2.075 Ki) + 2.075Ki/(s^2 + (2.5 + 2.075Kp)s + 2.075 Ki)$$

Para o caso criticamente amortecido ( $Z = 1$ ), os pólos são reais e iguais. Logo:

$$Wn = \sqrt{(2.075 * Ki)}$$

Adotando  $K_p = 2$  e  $Z \rightarrow \zeta$  (zeta), têm-se:

$$2ZW_n = 2.5 + 2,075K_p \Rightarrow 2Z\sqrt{(2.075*K_i)} = 2.5 + 2.075K_p \Rightarrow \sqrt{(2.075*K_i)} = 3.325$$

Portanto  $K_i = 5.33$

$$H(s)/E_a(s) = 11.06/(s^2 + 6.655s + 11.06);$$

$$\text{Polós: } a = b = -6.65/2 = -3.325$$

$$H(s)/E_a(s) = 11.06/(s + 3.325)^2$$

Para o caso subamortecido ( $Z$  entre 0 e 1), os pólos são complexos conjugados. Logo, adotando  $K_p = 2$  e  $Z = 0.6$ , têm-se:

$$2*0,6*\sqrt{(2.075*K_i)} = 2,5 + 2.075K_i \Rightarrow \sqrt{(2.075*K_i)} = 5.55$$

Portanto:  $K_i = 14.8$

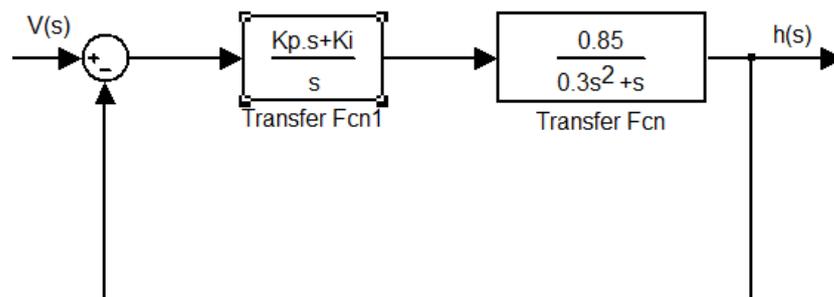
$$H(s)/E_a(s) = 30.71/(s^2 + 6.65s + 30.71)$$

$$\text{Polós: } a = -3.325 + j4.43 \text{ e } b = -3.325 - j4.43$$

$$H(s)/E_a(s) = 30.71/(s^2 + 6.65s + 30.71)$$

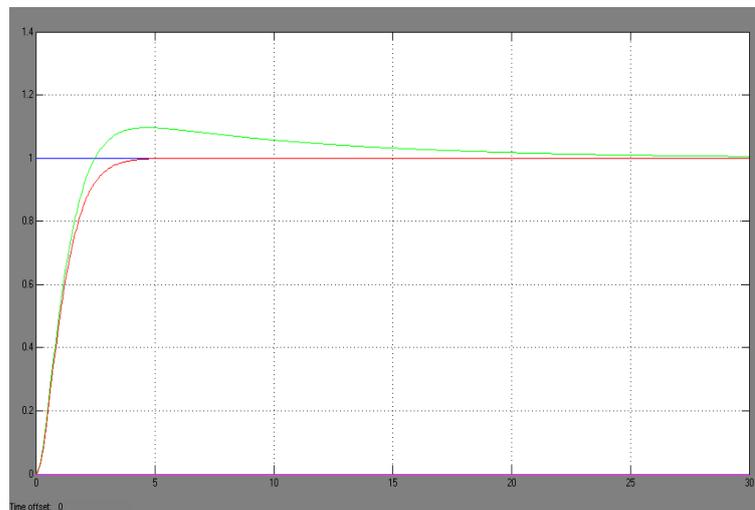
A Figura 12 exhibe a simulação do sistema proporcional-integral (PI) em malha fechada, onde houve a junção dos ganhos proporcional  $K_p$  e integral  $K_i$  em um único bloco.

Figura 12 – Sistema PI em malha fechada com junção de blocos



Fonte: Autoria Própria.

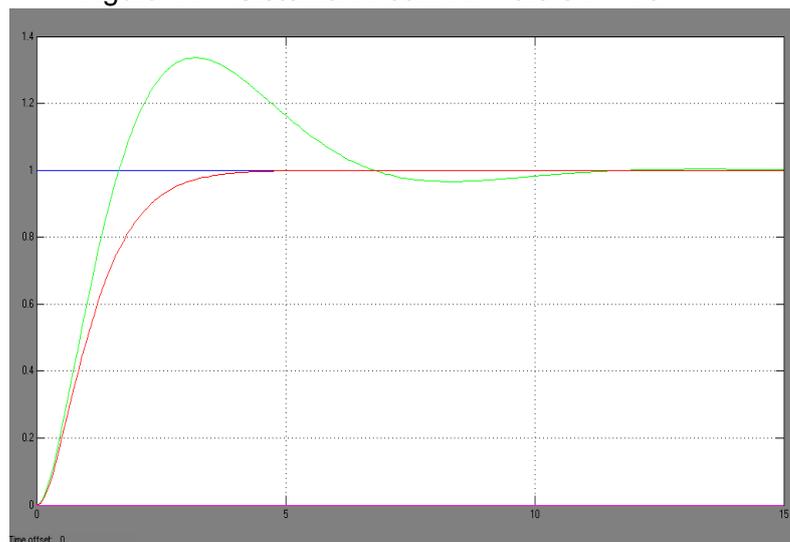
A Figura 13 apresenta a resposta do sistema para  $K_i = 0.1$  e  $\tau = 30$ , referente à simulação com controlador proporcional-integral em malha fechada da Figura 12. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PI.

Figura 13 – Sistema PI com  $K_i = 0.1$  e  $\tau = 30$ 

Fonte: Autoria Própria.

Para o  $K_p$  constante, observa-se que com a implementação de  $K_i$ , o sistema diminuiu a rampa, mas houve *overshoot* e aumentou consideravelmente o tempo de acomodação.

A Figura 14 apresenta a resposta do sistema sobreamortecido para  $K_i = 0.5$  e  $\tau = 15$ , referente à simulação com controlador proporcional-integral em malha fechada da Figura 12. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PI.

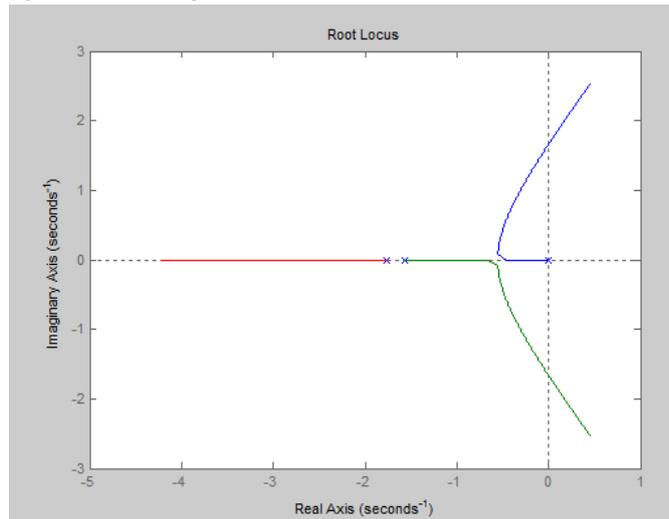
Figura 14 – Sistema PI com  $K_i = 0.5$  e  $\tau = 15$ 

Fonte: Autoria Própria.

Ao aumentar o  $K_i$  para 0.5, a rampa diminuiu, o tempo de acomodação diminuiu em relação ao  $K_i = 0.1$ , e o *overshoot* aumentou.

A Figura 15 exibe a plotagem do gráfico para o controlador proporcional-integral utilizando o lugar das raízes.

Figura 15 – Lugar das raízes do sistema PI

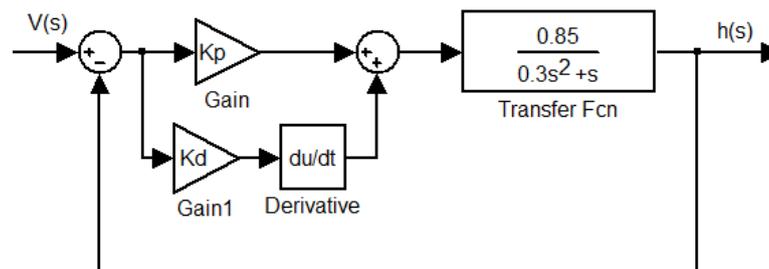


Fonte: Autoria Própria.

### Controlador Proporcional-Derivativo

A Figura 16 exibe a simulação do sistema proporcional-derivativo (PD) em malha fechada.

Figura 16 – Sistema PD em malha fechada



Fonte: Autoria Própria.

Ao inserir um controlador com ganho proporcional-derivativo e a realimentação, a nova função de transferência será:

$$H(s)/E_a(s) = ((K_d s + K_p)(0.83 / (0.4s + 1))) / (1 + (K_d s + K_i)(0.83 / (0.4s + 1)))$$

$$H(s)/Ea(s) = ((0.83Kp)/(1 + 0.83Kp))/(((0.83Kd + 0.4)/(1 + 0.83Kp))s + 1) + ((0.83Kds)/(1 + 0.83Kp))/(((0.83Kd + 0.4)/(1 + 0.83Kp))s + 1)$$

Inserindo o ganho e a constante de tempo, têm-se:

$$K = 0.83/(1 + 0.83 Kp)$$

$$\tau = (0.83Kd + 0,4) / (1 + 0.83Kp)$$

Portanto:  $Kp = 5.889$  e  $\tau = 2.3556$

$$\frac{h(s)}{V(s)} = \frac{(Kp + Kds) * \frac{0,85}{0,3s^2 + s}}{1 + (Kp + Kds) * \frac{0,85}{0,3s^2 + s}}$$

$$\frac{h(s)}{V(s)} = \frac{0,85Kp + 0,85Kds}{0,3s^2 + s + 0,85Kp + 0,85Kds}$$

$$\frac{h(s)}{V(s)} = \frac{2,833Kp + 2,833Kds}{0,3s^2 + \frac{s}{0,3} + 2,833Kp + 2,833Kds}$$

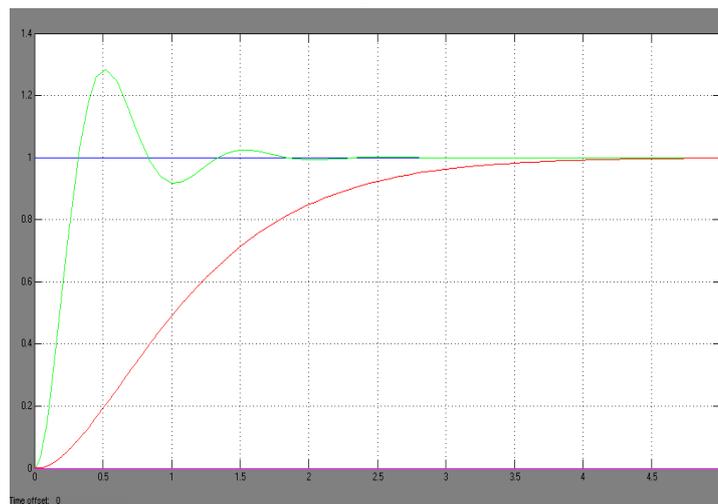
Para  $Kd = 1.41 \times 10^{-3}$ , o sistema é criticamente amortecido;

Para  $Kd > 1.41 \times 10^{-3}$ , o sistema é sub-amortecido;

Para  $Kd < 1.41 \times 10^{-3}$ , o sistema é sobre-amortecido.

A Figura 17 apresenta a resposta do sistema para  $Kp = 15$ ,  $Kd = 0.5$  e  $\tau = 15$ , referente à simulação com controlador proporcional-derivativo em malha fechada da Figura 16. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PD.

Figura 17 – Sistema PD com  $Kp = 15$ ,  $Kd = 0.5$  e  $\tau = 15$

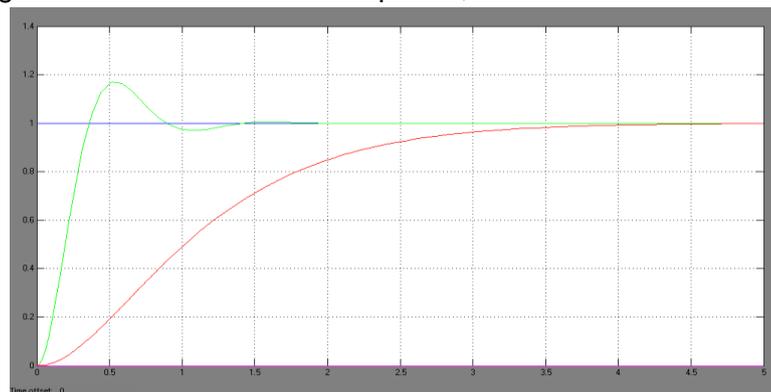


Fonte: Autoria Própria.

No sistema proporcional-derivativo (PD) com  $K_d = 0.5$  e  $K_p = 15$ , a rampa diminuiu consideravelmente. Contudo, houve bastante *overshoot*.

A Figura 18 mostra a resposta do sistema para  $K_p = 15$ ,  $K_d = 1$  e  $\tau = 5$ , referente à simulação com controlador proporcional-derivativo em malha fechada da Figura 16. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PD.

Figura 18 – Sistema PD com  $K_p = 15$ ,  $K_d = 1$  e  $\tau = 5$

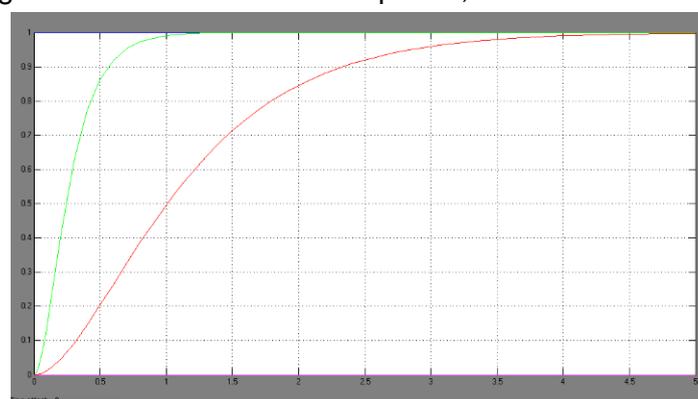


Fonte: Autoria Própria.

No sistema proporcional-derivativo (PD) com  $K_p = 15$  e  $K_d = 1$ , a rampa aumentou pouco em relação ao anterior e o *overshoot* diminuiu.

A Figura 19 exhibe a resposta do sistema para  $K_p = 15$ ,  $K_d = 3$  e  $\tau = 5$ , referente à simulação com controlador proporcional-derivativo em malha fechada da Figura 16. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PD.

Figura 19 – Sistema PD com  $K_p = 15$ ,  $K_d = 3$  e  $\tau = 5$

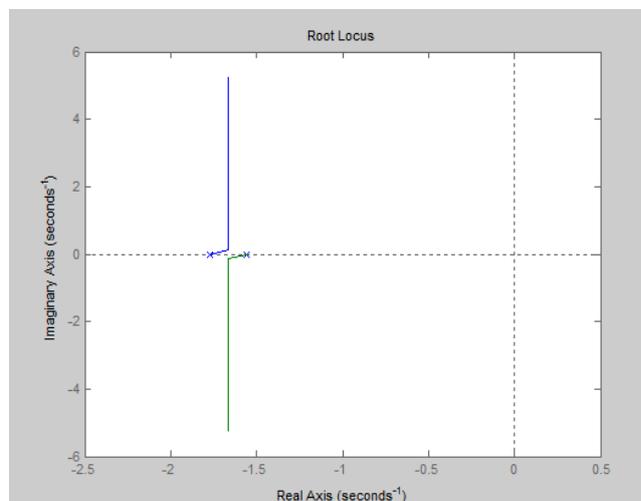


Fonte: Autoria Própria.

No sistema PD com  $K_d = 3$  e  $K_p = 15$ , houve um pequeno aumento da rampa. No entanto, não há *overshoot* e melhorou o tempo de acomodação. Logo, observa-se que no controle proporcional-derivativo (PD), a influência do derivativo tem a funcionalidade de acomodar o sistema, diminuindo *overshoots* e, também reduzindo o erro de regime.

A Figura 20 exibe a plotagem do gráfico para o controlador proporcional-derivativo utilizando o lugar das raízes.

Figura 20 – Lugar das raízes do sistema PD

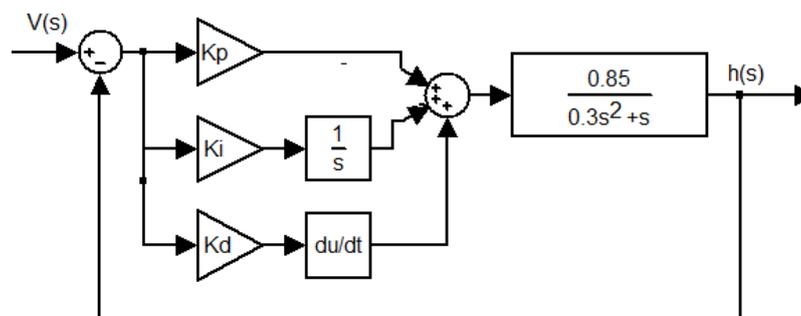


Fonte: Autoria Própria.

### Controlador Proporcional - Integral - Derivativo

A Figura 21 exibe a simulação do sistema proporcional-integral-derivativo (PID) em malha fechada.

Figura 21 - Sistema PID em malha fechada



Fonte: Autoria Própria.

Ao inserir um controlador com ganho proporcional-integral-derivativo e a realimentação, a nova função de transferência será:

$$K_p + (k_i/s) + K_d s = (K_p s + K_i + K_d s^2)/s$$

$$H(s)/E_a(s) = ((K_p s + K_i + K_d s^2)/s)(0.83/(0.4s + 1)) / (1 + ((K_p s + K_i + K_d s^2)/s)(0.83/(0.4s + 1)))$$

Desenvolvendo a equação, obtêm-se que:

$$H(s)/E_a(s) = ((0.83K_i)/(0.4 + K_d) / s^2 + ((1 + 0.83K_p)/(K_d + 0.4))s + (0.83K_i/(0.4 + K_d))$$

Onde:

$$W_n = \sqrt{((0.83K_i)/(0.4 + K_d))}$$

$$Z \rightarrow \zeta \text{ (zeta)} \quad e \quad Z = 1$$

$$2ZW_n = ((1 + 0.83K_p)/(K_d + 0.4))$$

Adotando  $K_p = 2$  e  $K_i = 0,8$ , têm-se:

$$2\sqrt{((0.83K_i)/(0.4 + K_d))} = 2.2166$$

$$0.83K_i = 1.2283 * 1.2$$

Portanto:

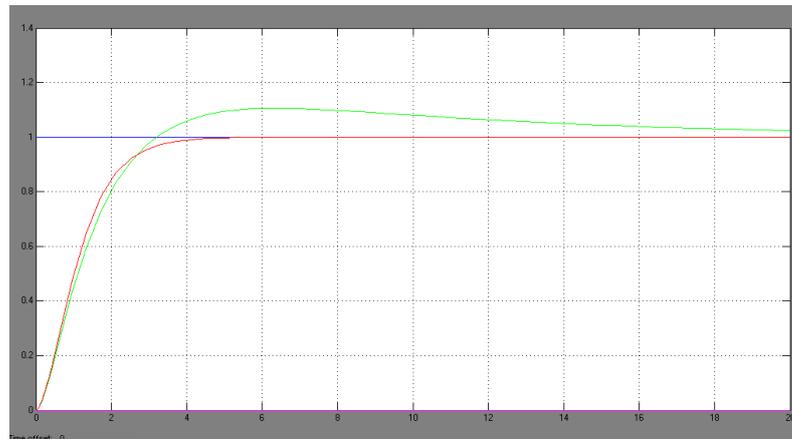
$$K_i = 1.775$$

Através do controlador PID, o sistema apresentou a resposta ao degrau com ganho unitário em menor intervalo de tempo ( $\tau_s = 5s$ ), sem erro de regime. No entanto, houve uma pequena taxa de oscilações no período transitório que, por sua vez, não interfere na resposta final.

$$\frac{h(s)}{V(s)} = \frac{(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s) * \frac{0,85}{0,3s^2 + s}}{1 + (K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s) * \frac{0,85}{0,3s^2 + s}}$$

$$\frac{h(s)}{V(s)} = \frac{0,85K_p + 0,85K_d s + 0,85K_i}{0,3s^3 + s^2 + 0,85K_p + 0,85K_d s + 0,85K_i}$$

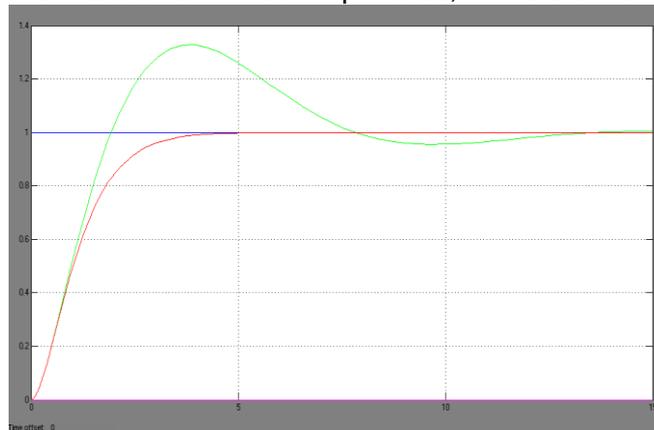
A Figura 22 apresenta a resposta do sistema para  $K_p = 0.98$ ,  $K_i = 0.1$ ,  $K_d = 0.3$  e  $\tau = 20$ , referente à simulação com controlador proporcional-integral-derivativo em malha fechada da Figura 21. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PID.

Figura 22 – Sistema PID com  $K_p = 0.98$ ,  $K_i = 0.1$  e  $K_d = 0.3$ 

Fonte: Autoria Própria.

O sistema PID apresentado na Figura 22 está desregulado, apresentando *overshoot* e tempo de acomodação muito elevados.

A Figura 23 mostra a resposta do sistema para  $K_p = 0.98$ ,  $K_i = 0.5$ ,  $K_d = 0.3$  e  $\tau = 15$ , referente à simulação com controlador proporcional-integral-derivativo em malha fechada da Figura 21. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PID.

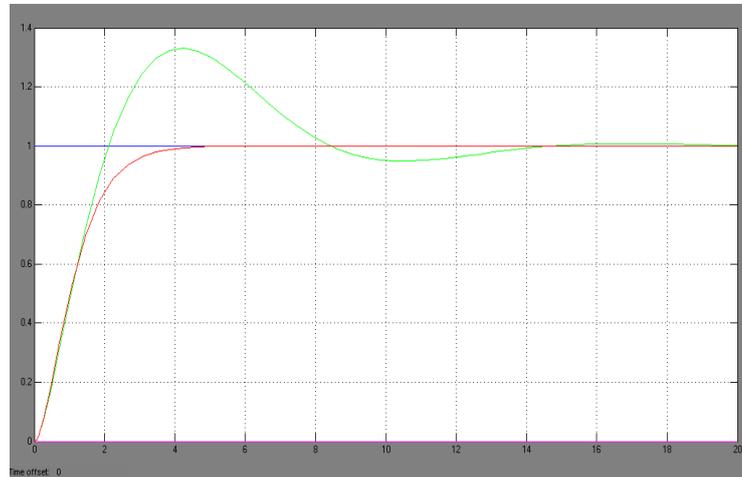
Figura 23 – Sistema PID com  $K_p = 0.98$ ,  $K_i = 0.5$  e  $K_d = 0.3$ 

Fonte: Autoria Própria.

O sistema PID mostrado na Figura 23 continua desregulado, apresentando muito *overshoot* e alto tempo de acomodação. E a Figura 24 exibe a resposta do sistema para  $K_p = 0.98$ ,  $K_i = 0.5$ ,  $K_d = 0.5$  e  $\tau = 5$ , referente à simulação com

controlador proporcional-integral-derivativo em malha fechada da Figura 21. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PID.

Figura 24 – Sistema PID com  $K_p = 0.98$ ,  $K_i = 0.5$  e  $K_d = 0.5$

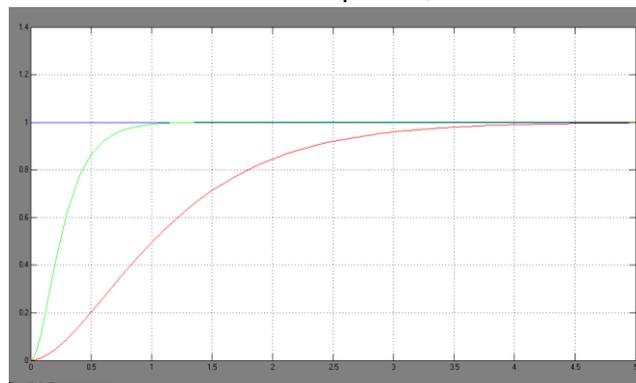


Fonte: Autoria Própria.

O sistema PID exibido na Figura 24 continua desregulado, apresentando menor *overshoot* em relação à situação anterior (Figura 23), e o tempo de acomodação também permanece elevado.

A Figura 25 apresenta a resposta do sistema para  $K_p = 15$ ,  $K_i = 0.1$ ,  $K_d = 3$  e  $\tau = 5$ , referente à simulação com controlador proporcional-integral-derivativo em malha fechada da Figura 21. A curva em vermelho corresponde ao controle P e a curva verde refere-se ao controle PID.

Figura 25 – Sistema PID com  $K_p = 15$ ,  $K_i = 0.1$  e  $K_d = 3$



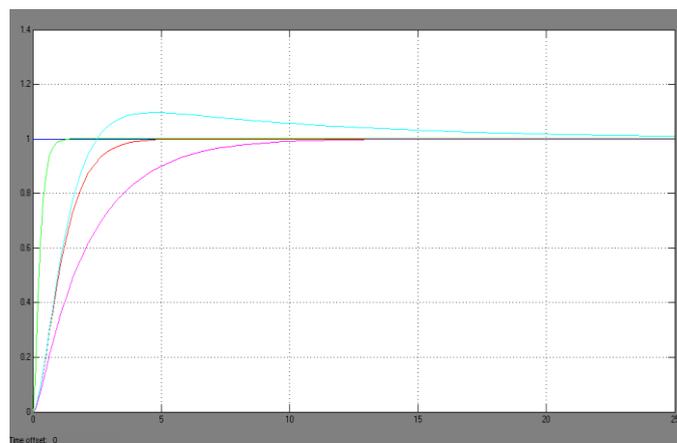
Fonte: Autoria Própria.

O sistema PID mostrado na Figura 25 apresenta o melhor resultado encontrado. Além disso, entre todos os controles, P, PI e PD, esta foi a melhor resposta, combinando os três ganhos, onde foi encontrado o menor tempo de rampa, tempo de acomodação e menor *overshoot*.

A Figura 26 exhibe a resposta do sistema em malha fechada da Figura 21 para  $K_p = 15$ ,  $K_i = 0.1$ ,  $K_d = 3$  e  $\tau = 5$ , referente a quatro simulações: a curva em vermelho corresponde ao controlador proporcional (P), a curva azul representa o controlador proporcional-integral (PI), a curva lilás equivale ao controlador-derivativo (PD) e, por fim, a curva verde refere-se ao controlador proporcional-integral-derivativo PID.

De acordo com o gráfico da Figura 26, observa-se que a melhor resposta encontrada foi com o sistema PID, ou seja, a melhor relação entre tempo de rampa, tempo de acomodação e *overshoot* foi com a combinação dos três controladores.

Figura 26 – Sistema P, PI, PD e PID



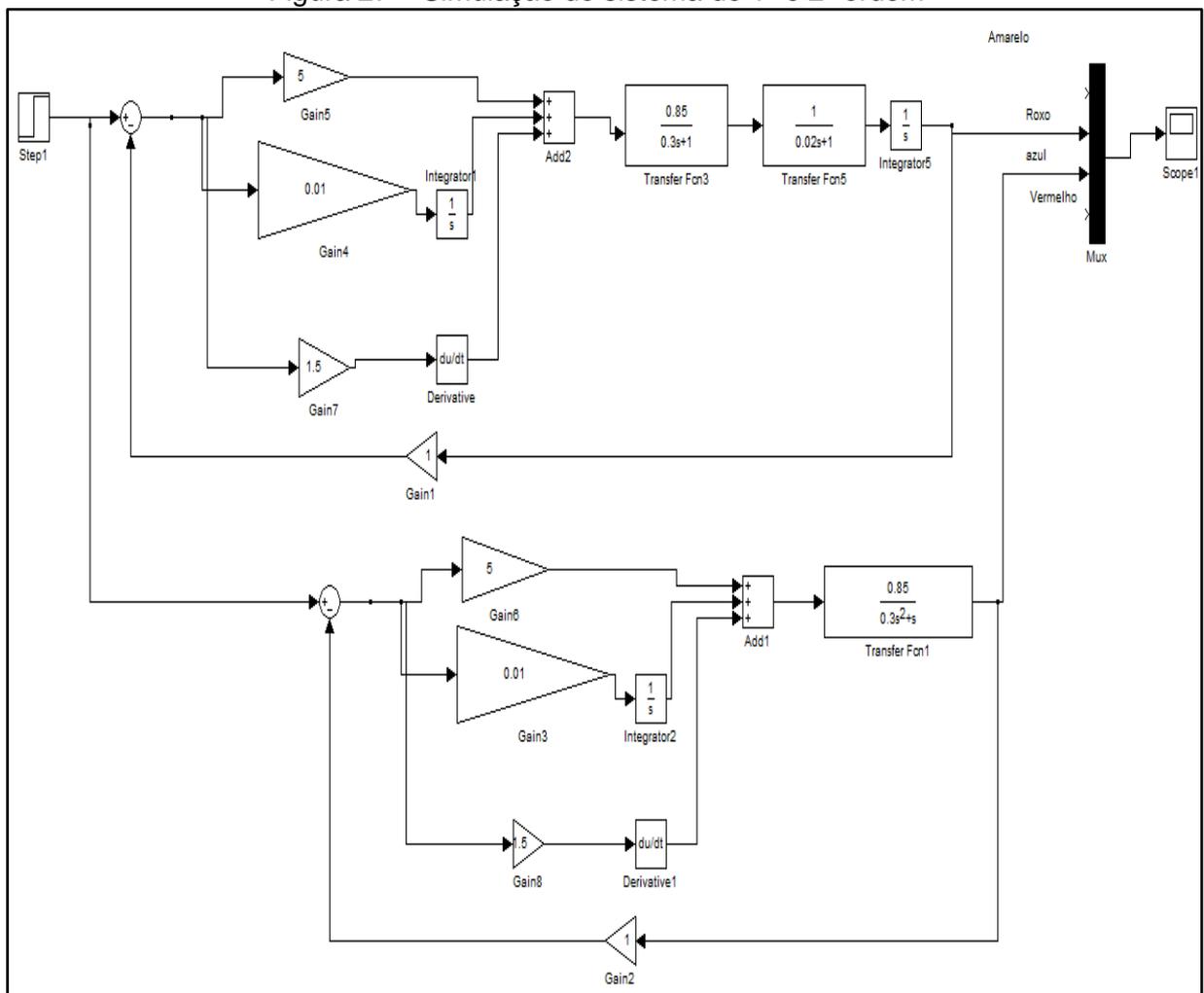
Fonte: Autoria Própria.

A Figura 27 apresenta a simulação do sistema de 1ª e de 2ª ordem, com controlador proporcional-integral-derivativo (PID) em malha fechada.

A Figura 28 mostra a resposta do sistema referente à simulação com controlador proporcional-integral-derivativo em malha fechada da Figura 27. A curva em vermelho corresponde ao controle de 1ª ordem e a curva verde refere-se ao controle de 2ª ordem.

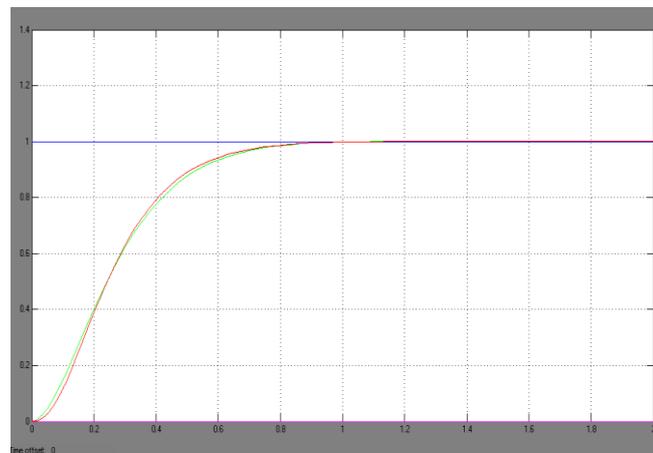
A partir do gráfico da Figura 28, verifica-se que a resposta do sistema de 1ª e 2ª ordem se assemelham para o problema proposto. Logo, para facilitar, pode-se utilizar o de 1ª ordem para realizar testes e comprovações, uma vez que a análise e simulação da planta do modelo de segunda ordem é mais complexa em relação ao modelo de primeira ordem.

Figura 27 – Simulação do sistema de 1ª e 2ª ordem



Fonte: Autoria Própria.

Figura 28 – Sistema de 1ª e de 2ª ordem



Fonte: Autoria Própria.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em virtude do que foi mencionado, percebe-se que o controlador proporcional - integral - derivativo (PID) combina as vantagens do controlador PI e PD. A ação integral está diretamente ligada à precisão do sistema sendo responsável pelo erro nulo em regime permanente. O efeito desestabilizador do controlador PI é contrabalanceado pela ação derivativa que tende a aumentar a estabilidade relativa do sistema, ao mesmo tempo em que torna a sua resposta mais rápida devido ao seu efeito antecipatório.

Logo, o efeito final é que o sinal de erro seja minimizado pela ação proporcional, zerado pela ação integral e obtido com uma velocidade antecipada pela ação derivativa, a fim de atender o melhor ajuste possível da velocidade do motor que foi encontrado neste trabalho. Assim, o controlador PID atendeu as especificações deste sistema de controle.

Assim, verifica-se que este trabalho é muito útil para empresas que possuem este tipo de produto/equipamento e necessitam de estratégias para controle de nível. Portanto, este trabalho se diferencia pela amplitude matemática e

computacional diante do problema de sistema de controle, apresentando o processo de maneira detalhada.

## REFERÊNCIAS

BEGA, E. A. **Instrumentação industrial**. 2 ed. Rio de Janeiro: Inter ciência, 2006.

BINGHAM, J.; DAVIES, G. W. P. E. **Manual de análise de sistemas**. Rio de Janeiro: Inter ciência, 2007.

CHAPMAN, S. J. **Programação em MATLAB para engenheiros**. São Paulo: Thomson, 2003.

FIALHO, A. B. **Instrumentação industrial: conceitos, aplicações e análises**. 6. ed. São Paulo: Érica, 2008.

LEONARDI, F. **Controle Essencial**. Pearson Editora, 1 ed., 2010.

NISE, N. S. **Engenharia de sistemas de controle**. 3 ed., Rio de Janeiro – RJ: LTC, 2002.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Pearson Editora, 4 ed., 2011.

## AUTORES:

**Flávia Gonçalves Fernandes**, Mestre em Engenharia Biomédica pela Universidade Federal de Uberlândia. Graduada em Engenharia da Computação pela Universidade de Uberaba (UNIUBE). Doutoranda em Ciências Exatas e Tecnológicas pela Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Catalão. Professora da área de Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul - Campus Dourados.

E-mail: [flavia.fernandes92@gmail.com](mailto:flavia.fernandes92@gmail.com)

**Erivan de Paula Santos Neto**, Mestre no Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização - PPGMO pela Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Catalão. Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Catalão. Professor autônomo.

E-mail: [erivandepaula@gmail.com](mailto:erivandepaula@gmail.com)