

Considerações sobre Modelos Estruturais

Clayton Reis de Oliveira¹

Resumo: Uma etapa fundamental em um projeto de um edifício em concreto armado é sua concepção estrutural. As escadas são importantes elementos estruturais que compõem os edifícios. Dessa forma, modelos estruturais para cálculos devem ser eficientes para retratar seu comportamento, pois as escadas podem ser construídas de maneira muito simples com o emprego de modelos estruturais adequados. Este trabalho descreve a metodologia dos processos de cálculo de escadas e analisa o comportamento estrutural de dois modelos de escadas em concreto armado, sob a ótica dos momentos fletores. O primeiro modelo é uma escada apoiada nos quatro lados e o segundo é a escada autoportante com o patamar em balanço. A escada autoportante apresenta maiores esforços, mas não necessita de vigas. Já a escada apoiada em vigas conduz a espessuras menores nas lajes, mas apresenta um processo construtivo mais lento devido à existência de vigas e exige armaduras nas mesmas. Sendo assim, em algumas circunstâncias as necessidades arquitetônicas exigem determinados arranjos estruturais específicos, cabendo então ao projetista avaliar qual o mais compatível com as exigências arquitetônicas e de segurança para basear seu modelo estrutural.

Palavras-chave: Análise estrutural, Concreto Armado, Método dos Elementos Finitos.

INTRODUÇÃO

Uma etapa fundamental em um projeto de um edifício em concreto armado é sua concepção estrutural. Esta concepção consiste em escolher um sistema estrutural que será a parte resistente. É nesse instante que são escolhidos os elementos estruturais e suas posições no ambiente, para constituir o todo do edifício, para a realização da análise estrutural.

A análise estrutural é a etapa do cálculo de uma estrutura em que é feita uma previsão de seu comportamento. Todas as teorias físicas e matemáticas resultantes dos métodos da Engenharia Estrutural como ciência, são utilizadas nessa análise. O parâmetro inicial é a criação de um modelo analítico fundamentado no propósito para o qual a estrutura está sendo sumariamente concebida.

O modelo analítico é utilizado para representar matematicamente a estrutura em análise. Esse modelo comumente chamado de modelo estrutural incorpora todas as teorias e hipóteses feitas para descrever o comportamento da estrutura para as diversas solicitações, ao longo de sua vida útil. Estas hipóteses são baseadas em leis físicas de equilíbrio entre forças e entre tensões, em relações de compatibilidade entre deslocamentos e deformações e as leis constitutivas dos materiais que compõem a estrutura.

A criação do modelo estrutural de uma estrutura real é uma das tarefas mais importantes da análise estrutural. Essa tarefa pode ser bastante complexa, dependendo do tipo de estrutura e da sua importância. Em geral, a concepção de um modelo estrutural é feita representando o comportamento real da estrutura e adota-se uma série de hipóteses simplificadoras do comportamento físico e em resultados experimentais e estatísticos. Essas hipóteses são inerentes sobre a geometria de cada

modelo, às condições de suporte com o meio externo, comportamento dos materiais e às solicitações que agem sobre a estrutura.

Na busca por melhores soluções estruturais, os projetistas têm procurado análises estruturais mais refinadas e possuem hoje o cálculo computacional como uma grande ferramenta. Diversas escolhas dentre um grande conjunto de opções estruturais e construtivas são possíveis de serem adotadas. Desta forma, o projetista deve considerar em qualquer modelo estrutural as intenções do projeto arquitetônico e as alternativas exequíveis.

Neste contexto, as escadas dos edifícios são um dos principais elementos estruturais que o compõem, sendo de fundamental importância a construção eficiente de um modelo estrutural que retrate bem seu comportamento.

Nesta perspectiva, Fusco (1995), observa que as escadas usuais dos edifícios podem ser construídas de maneira muito simples com o emprego de arranjos estruturais adequados, para a concepção das lajes que as compõem.

De qualquer forma, independente do sistema estrutural adotado é exigido que se observem as condições de segurança de uma estrutura através das normas NBR 6118 (2003) e NBR 8681 (1980). Este trabalho procura refletir sobre os esforços solicitantes, provenientes do cálculo de dois arranjos estruturais adotados para escadas. O primeiro caso é um sistema de escada apoiado em quatro vigas, e o segundo é uma escada autoportante com o patamar em balanço.

O objetivo principal desse texto é analisar o comportamento estrutural de dois modelos analíticos de escadas em concreto armado, sob a ótica dos momentos fletores. Sendo estes os esforços determinantes para a espessura das lajes bem como a quantidade de barras de aço a ser utilizada.

¹ Mestre em Engenharia Civil na Área de Estruturas (UNICAMP); Professor do Departamento de Estruturas e Edificações da Faculdade de Engenharia de Passos (FESP/UEMG); Coordenador do Curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia de Passos (FESP/UEMG). E-mail: claytonreisoliveira@gmail.com

BREVE HISTÓRICO DOS MODELOS ESTRUTURAIAS

As primeiras grandes estruturas de engenharia foram executadas, ainda que de forma empírica, nos grandes monumentos e pirâmides do antigo Egito e nos templos, estradas, pontes e fortificações da Grécia e da Roma antigas. Todavia, de acordo com Oliveira (2006), não há registros documentais dos critérios de análises estruturais usados por eles.

De acordo com Timoshenko (1953), foi Leonardo da Vinci, no século XV, o primeiro a documentar modelos estruturais com a finalidade de avaliar o comportamento das estruturas. Em uma de suas notas, intitulada “Testando a resistência de barras de ferro de vários comprimentos”, Da Vinci descreve um modelo estrutural, como mostrado na Figura 01 e faz a seguinte observação: “O objetivo deste teste é encontrar a carga que uma barra de ferro pode suportar”. O teste deveria ser feito variando o comprimento da barra e o peso dos cestos de areia e quando as barras fossem rompidas deveriam ser anotados seus comprimentos e o peso nos cestos.

Ainda, de acordo com Oliveira (2006), posteriormente Galileo Galilei (1564 - 1642), considerado o introdutor do método empírico nas ciências, também idealizou modelos estruturais e realizou testes nesses modelos, onde submetia determinados modelos estruturais a certos tipos de carregamentos com o objetivo de estudar as tensões atuantes.

Conforme Timoshenko (1953), todo trabalho de Galileo em mecânica dos materiais está incluído nos dois primeiros diálogos de seu livro “Two New Sciences”. Ao observar estruturas e considerar a resistência dos materiais de que são feitas, ele concluiu empiricamente que a resistência de uma barra é proporcional à sua área de seção transversal e é independente do comprimento. Da mesma forma, nesta publicação, Galileo observa que “se fizermos estruturas geometricamente similares, com o incremento de comprimento elas ficam cada vez menos resistentes”.

Na ilustração da Figura 02, Galileo estabelece que

FIGURA 01: Ilustração do teste de carregamento em uma barra executado por Leonardo da Vinci.

Fonte: Timoshenko (1953).

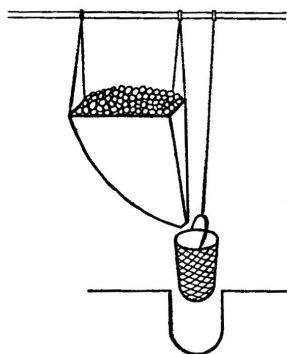
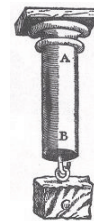


FIGURA 02: Ilustração do teste de tensões executado por Galileo. Fonte: Timoshenko (1953).



“um pequeno obelisco ou coluna ou ainda um fio sólido qualquer pode certamente ser suspenso sem perigo de quebrar, enquanto outras estruturas muito grandes se farão em pedaços sob a mínima solitação, puramente com uma parcela do seu próprio peso”.

Oliveira (2006), também observa que no século XIX, com a revolução industrial, a parametrização de processos tornou-se prática necessária, como forma, dentre outros requisitos, de garantia de qualidade. Alguns materiais começam a ter procedimentos-padrão para avaliação de propriedades mecânicas de interesse. Sendo necessário a criação de uma variedade de modelos estruturais.

Na atualidade a utilização de modelos estruturais através de computadores tornou-se uma prática comum entre a comunidade técnica e científica. Desta forma, a análise do comportamento de sistemas estruturais é feita quase na sua totalidade através de simulação computacional.

ASPECTOS SOBRE O PROCESSO DE CÁLCULO DE ESCADAS

• Cálculo das Placas no Regime Elástico

Um modelo estrutural de uma escada em concreto armado deve ser construído, considerando um sistema estático composto por lajes inclinadas e horizontais. As lajes são calculadas como placas. De acordo com a NBR 6118 (2003), placas são elementos de superfície plana sujeitos principalmente a ações normais a seu plano e são usualmente denominadas lajes. Placas com espessura maior que 1/3 do vão devem ser estudadas como placas espessas.

A equação diferencial que rege o problema das placas é dada pela Equação de Lagrange, de derivadas parciais de quarta ordem:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{q}{D} \quad (1)$$

onde: w é a ordenada da superfície média deformada da placa;

q é o carregamento atuante; e

D é o coeficiente de rigidez da placa. Sendo,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

onde: E é o módulo de elasticidade do material que constitui a placa;

ν é o coeficiente de Poisson referente ao material da placa; e h é a espessura da placa.

Conforme observa Fusco (1995), a integração da equação diferencial das placas, respeitadas as condições de contorno, fornecem os esforços solicitantes em todos os seus pontos. E são dados por:

$$\frac{M_x}{D} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3)$$

e

$$\frac{M_y}{D} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4)$$

Devido à complexidade da equação diferencial de quarta ordem, em muitos casos, mesmo que se satisfaça às condições de contorno do problema analisado é impossível determinar um resultado exato. Desta forma, criaram-se modelos analíticos com objetivo de simplificar a equação que rege o problema das placas. Dentre esses, cita-se: Método das Diferenças Finitas, Analogia de Grelha, Elementos de Contorno e o Método dos Elementos Finitos. Sendo este último, um dos mais utilizados, pois fornece resultados satisfatórios para muitas concepções estruturais.

O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

De acordo com Assan (2003), o Método dos Elementos Finitos surgiu como uma nova possibilidade para resolver problemas da teoria da elasticidade, superando as dificuldades e problemas inerentes a métodos numéricos, como o de Rayleigh-Ritz, Galerkin, Diferenças Finitas, Resíduos Ponderados e outros.

Os modelos teóricos em que se fundamenta este método de cálculo datam-se de mais de 100 anos e foi fundamental para o cálculo manual de avaliação de estruturas como pontes suspensas e reservatórios. Todavia, Conforme Azevedo (2003), vários autores referem que a publicação mais antiga em que é utilizada a designação “elemento finito” é um artigo, que data de 1960 e tem como autor Ray Clough. Anteriormente já eram conhecidas algumas técnicas que vieram a ser incorporadas no MEF, sem este apresentar as principais características que hoje possui. Os grandes passos do desenvolvimento do MEF, que o conduziram ao formato que atualmente apresenta maior aceitação, foram dados na década de 60 e início de 70. Inicialmente os elementos finitos mais comuns eram os triangulares e os tetraédricos, passando-se mais tarde a dar preferência aos quadriláteros e aos hexaedros.

Ainda, segundo Azevedo (2003), Ao contrário de outros métodos que eram utilizados no passado, o MEF só tem utilidade prática se dispuser de um computador. Este requisito é devido à grande quantidade de cálculos que são necessários realizar, nomeadamente na resolução de grandes sistemas de equações lineares. Assim se compreende que o rápido desenvolvimento do MEF tenha praticamente coincidido com a generalização da utilização de computadores nos centros de pesquisa. Com a proliferação de micro-computadores ocorrida no final da década de 80 e na década de 90, o MEF chega

finalmente às mãos da generalidade dos projetistas de estruturas.

Devido ao extenso arcabouço numérico que permeia a formulação do MEF, seria inexequível tratar dessa formulação neste artigo. Todavia a idéia básica do Método dos Elementos Finitos consiste em utilizar como parâmetros as variáveis nodais de um número finito de pontos previamente escolhidos, denominados de nós. O domínio de integração é subdividido em uma série de regiões, ou elementos finitos, conectados entre si através de um número discreto de pontos nodais. Para cada região (ou elemento) se estabelece um comportamento local aproximado, de tal forma que as incógnitas do problema em qualquer ponto do elemento podem ser definidas em função das mesmas incógnitas nos pontos nodais do elemento. Cada elemento tem equações exatas que descrevem como ele responde a um certo carregamento.

Em seguida, utilizando o cálculo funcional, minimiza-se o funcional do problema, obtido das somas das contribuições de cada elemento, chegando-se a um sistema total de equações, cuja solução permite conhecer os valores das incógnitas nos pontos nodais. A “soma” das respostas de todos os elementos do modelo dá a resposta total do produto.

CÁLCULO ATRAVÉS DE TABELAS

Com os métodos numéricos obtêm-se os esforços solicitantes nas placas. Com base nesses esforços, diversos autores como Bares, Kalmanock, Czerny, Marcus, entre outros, criaram tabelas para diversos carregamentos e para diferentes condições de contorno, que fornecem os esforços solicitantes nas placas.

Neste artigo, foram utilizadas as tabelas de Pinheiro (1993), adaptadas das tabelas de Bares. Nas tabelas de Pinheiro (1993), o momento fletor por unidade de largura, em cada direção é dado pela seguinte expressão:

$$M = \mu \frac{pl^2}{100} \quad (5)$$

onde: M é o momento fletor; μ é o coeficiente adimensional tabelado; e l é o menor vão.

CÁLCULO ATRAVÉS DE TABELAS

Para analisar o comportamento estrutural de dois modelos analíticos de escadas em concreto armado, foi escolhido dois modelos. O primeiro modelo é uma escada apoiada nos quatro lados e o segundo é a escada autoportante com o patamar em balanço. Como pode ser visto nas Figuras 03 e 04.

Para efeito de modelagem e avaliação coerente dos resultados, nos dois modelos foram utilizados os seguintes carregamentos: P1= 0.962 tf/m² nos lances e no patamar; P2=1.1tf/m².

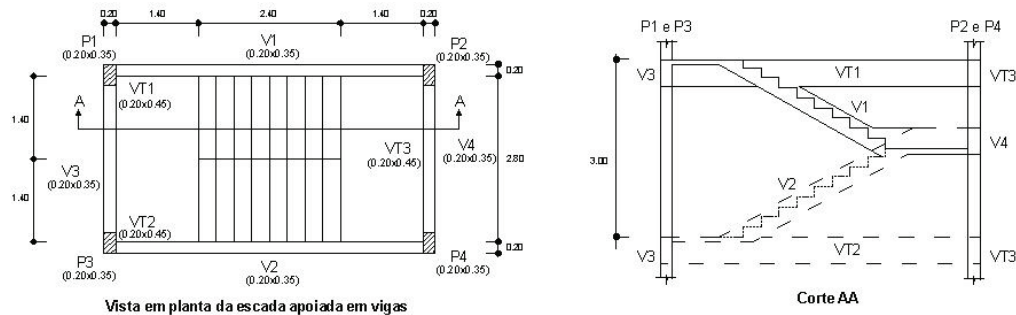


Figura 03: Modelo estrutural da escada apoiada em vigas.

ESCADA APOIADA EM QUATRO VIGAS

O esquema estrutural tanto do lance, como do patamar, foi considerado como uma laje apoiada em três lados e tendo uma das bordas livre, como mostrado na Figura 05. Este esquema estrutural foi submetido a um carregamento uniformemente distribuído.

Para o cálculo de esquema estrutural, foram seguidos os processos simplificados de cálculo utilizando as tabelas de Bares, adaptadas por Pinheiro (1993).

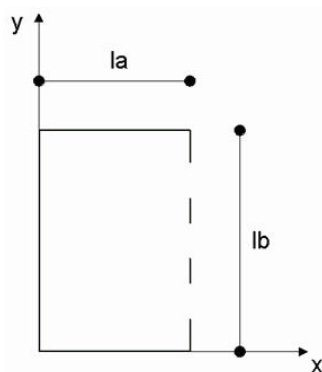


Figura 05: Momentos em lajes com carga distribuída.
Fonte: Adaptado de Libâneo (1993).

ESCADA AUTOPORTANTE

Para o segundo modelo estrutural, o caso da escada autoportante com patamar em balanço, foi utilizado como meio de cálculo os artifícios da mecânica computacional, através do programa ANSYS.

Para a realização de uma análise estrutural o software estabelece três etapas básicas, a saber: cons-

trução do modelo, aplicação do carregamento e obtenção dos resultados e reavaliação dos resultados.

Na primeira etapa é feita a modelagem da estrutura, a definição do tipo de elemento estrutural (vigas, barras, placas, etc.), das constantes características do elemento e do tipo de material relacionado ao mesmo.

Na segunda etapa, é feita a definição dos tipos de ações atuantes na estrutura e suas condições de apoio. Nessa etapa o *software* permite uma obtenção primária dos resultados.

A etapa final constitui-se de reavaliar os resultados preliminares, mediante análise dos esforços e deslocamentos. Essa etapa é facilitada através de uma visão global de todos os pontos nodais, através da interface gráfica.

ELEMENTO UTILIZADO PARA MODELAGEM (SHELL63)

Dentre os vários elementos disponíveis na biblioteca do ANSYS, será utilizado o elemento SHELL63 para modelagem. Este elemento é indicado para modelagem de placas e membranas. Permite a inserção de carregamentos planos (tangentes ao plano médio do elemento) e normais. O elemento tem quatro nós e seis graus de liberdade por nó: translações nas direções dos eixos x , y , z e rotações em torno dos eixos x , y , z .

Para a modelagem foram utilizados os seguintes parâmetros para o concreto armado:

- Material linear, elástico, isotrópico.
- Módulo de elasticidade $E=2,1 \times 10^6$ tf/m²; e
- Coeficiente de Poisson $\nu=0,20$

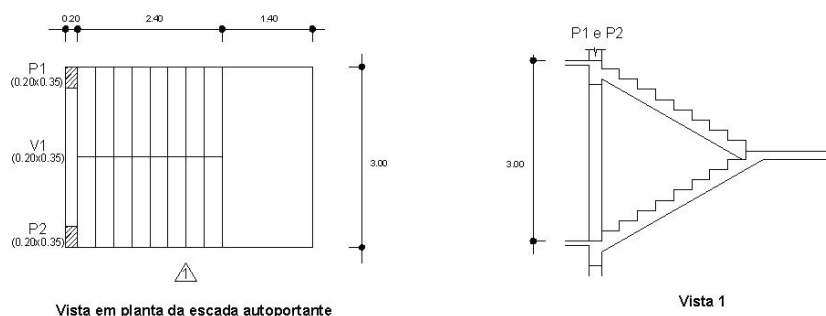


Figura 04: Modelo estrutural da escada autoportante com patamar em balanço.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

• Escada apoiada em vigas

Os procedimentos para o cálculo de esquema estrutural da escada apoiada em vigas, levaram os esforços mostrados na Tabela 01.

Tabela 01: Momentos fletores.

Elemento	μ_x	μ_y	μ_{yb}	μ_{lx} (tf.m)	μ_{ly} (tf.m)	μ_{lyb} (tf.m)
Lance	6,83	12,25	20,11	0,148	0,265	0,435
Patamar	8,32	13,64	23,00	0,187	0,307	0,518

• Escada Autoportante

Com o elemento adotado, os parâmetros geométricos e especificação do material, chegou-se ao sistema estático mostrado na Figura 06a. A Figura 06b, mostra a malha de elementos finitos sobre a escada, juntamente com a vinculação, onde é possível perceber o engastamento na partida e na chegada e o patamar sem apoio. Nesta figura também pode ser visto as condições de carregamento utilizado.

Processado o cálculo passou-se então para a avaliação dos resultados, na Figura 07, pode-se observar a deformada da estrutura e os momentos nas direções x, y e no plano xy.

• Comparativo dos modelos

O primeiro esquema estrutural de escada apoiada nos quatro lados, apresentou esforços muito inferiores aos do modelo, da escada autoportante. Esses valores podem ser vistos na Figuras 08.

Um detalhe que deve ser observado é que no caso da escada apoiada nos quatro lados, o momento máximo (M_{yb}) ocorreu no centro da borda livre. Na escada autoportante esse momento de 32,39 KN.m que ocorre ao longo da direção y, no mesmo plano que o da borda livre do primeiro modelo, porém não ocorre na borda livre e sim na vinculação entre patamar e lance.

Pode-se perceber que a escada autoportante apresentou maiores esforços. Por outro lado, essa escada não necessita de vigas, fato que não ocorre no primeiro

modelo, pois, este embora apresente momentos fletores muito inferiores ao segundo caso, necessita de vinculação com vigas.

Desta forma cada modelo apresenta características peculiares e em primeira instância, momentos fletores elevados conduzem a uma maior espessura e uma maior quantidade de armaduras. Todavia a não necessidade de vigas pode ser um diferencial do ponto de vista econômico devido a não necessidade de fôrmas. Também pode fazer o patamar com espessura variável.

Por outro lado, no sistema autoportante, as reações nos apoios se concentram em dois pilares, podendo fazer com que estes tenham dimensões muito superiores ao do primeiro caso em que as reações se distribuíam nos quatro pilares.

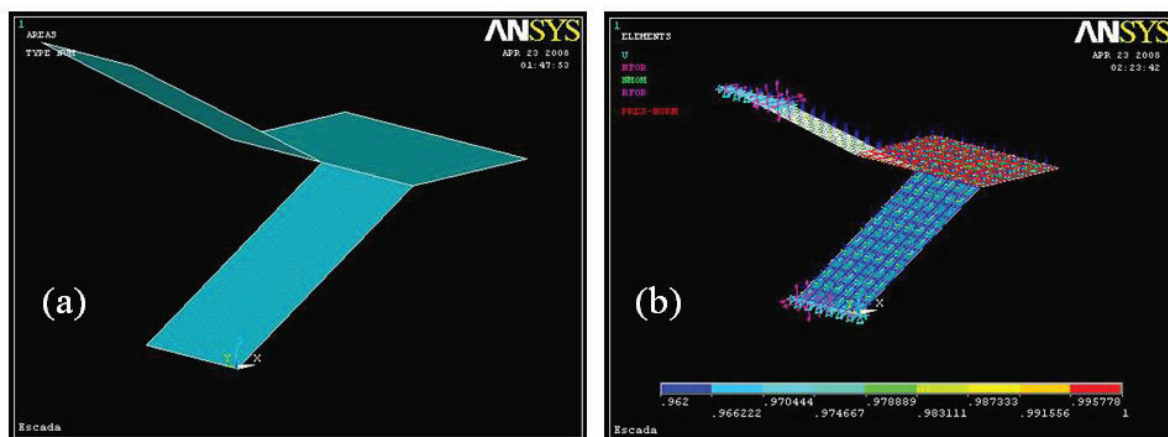
CONCLUSÃO

Tendo em vista que nas concepções dos elementos estruturais que compõem os edifícios diversas escolhas dentre um grande conjunto de opções estruturais e construtivas são possíveis de serem adotadas, os responsáveis pelas análises estruturais devem considerar em qualquer modelo as intenções do projeto arquitetônico e as alternativas que são possíveis de serem executadas.

As escadas são importantes elementos estruturais que compõem os edifícios. Dessa forma modelos estruturais para cálculos devem ser eficientes para retratar seu comportamento. Diferentes arranjos estruturais levam a diferentes resultados, contudo não se pode afirmar a melhor ou maior eficiência de um ou outro, mas sim que cada um tem características comportamentais inerentes.

Este trabalho mostrou que a escada autoportante apresenta maiores esforços do que a escada apoiada em vigas. Todavia não necessita de vigas, nem de fôrmas para estas vigas. Entretanto, a escada apoiada em vigas conduz a espessuras menores nas lajes que compõem os lances e patamares e a uma quantidade menor de

Figura 06: (a) Sistema estático gerado pelo ANSYS; (b) Malha de elementos finitos.



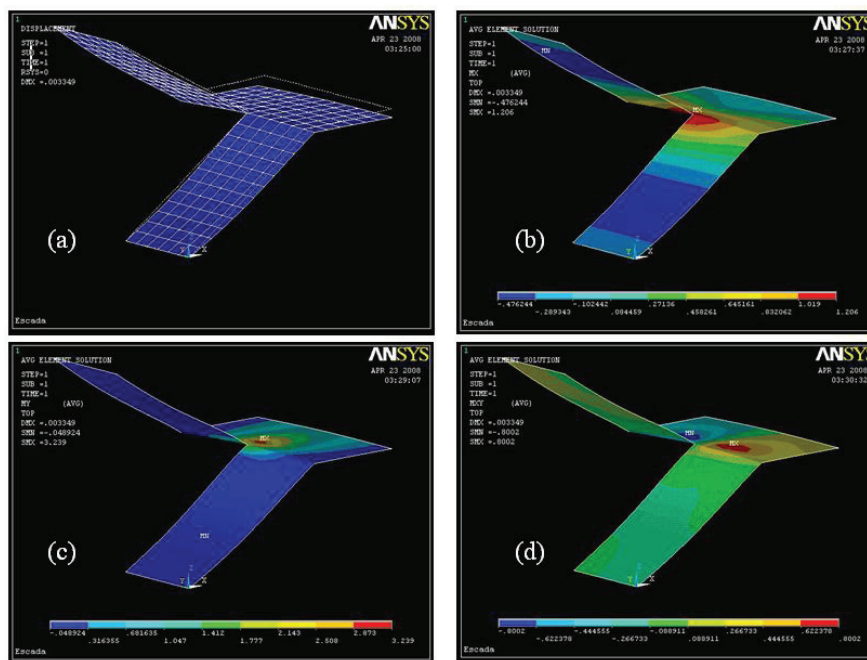


Figura 07: (a) Deformada da estrutura; (b) Momentos fletores na direção x; (c) Momentos fletores na direção y; (d) Momentos fletores na plano xy.

armadura nas lages, além de distribuir as reações nos quatro pilares. Porém seu processo construtivo é mais lento devido a existência de vigas, e exige armaduras nas mesmas. Do ponto de vista de projeto, em algumas circunstâncias as necessidades arquitetônicas exigem determinados arranjos estruturais específicos, cabendo então ao projetista avaliar qual o mais compatível com as exigências arquitetônicas e de segurança para basear seu modelo estrutural.

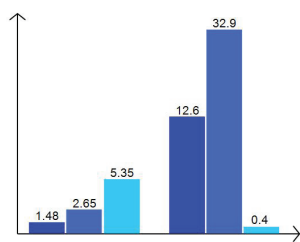


Figura 08: Momentos fletores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANSYS, Inc. **Teory Reference**, 2004.
- ASSAN, A. E. **Método dos Elementos Finitos**: primeiros passos. CAMPINAS, SP: EDITORA DA UNICAMP, 2003. 298 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681 - **Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro, 2004.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 - **Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, 2003.
- AZEVEDO, A.F.M. **Método dos Elementos Finitos**. Porto. Faculdade de engenharia do Porto, 2003. 248p.
- FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo. Pini, 1995. 382p.
- OLIVEIRA, C.R. **Prova de carga em estruturas de concreto**. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas, 2006.
- PINHEIRO, L. M. **Concreto armado: tabelas e ábacos**. Ed.Rev. São Carlos, EESC-USP, 1993.
- TIMOSHENKO, S. P. **History of strength of materials**. New York, McGraw-Hill, 1953. 452p.

CONSIDERATIONS ON STRUCTURAL MODELS

Abstract: A fundamental stage in a project of a reinforced concrete building is its structural conception. The stairways are important structural elements that compose the buildings. In that way, structural models for calculations should be efficient to portray its behavior, because the stairways can be built in a very simple way with the employment of appropriate structural models. This work describes the methodology of the processes of calculation of stairways and it analyzes the structural behavior of two models of reinforced concrete stairways, according to bending moments. The first model is a leaning stairway supported by the four sides and the second is the stairway with the swinging platform. The swinging platform stairway presents larger efforts, but it doesn't need beams whereas the beam-supported leaning stairway leads to smaller thickness in the flagstones, but it presents a slower constructive process due to the existence of beams and it demands rebars in the same ones. Being like this, in some circumstances the architectural needs demand certain specific structural arrangements, it is thus the designer's responsibility to evaluate which one is the most compatible with the architectural and safety demands to base its structural model.

Keywords: Structural Analysis, Reinforced Concrete, Finite Element Method.